

## ACTIVITÉ Correction

Tout d'abord, regroupons sous forme d'un tableau les informations données par Jammy :

Étape	0	1	2	3	...
Nombre de scooters	1	2	4	8	...
dB	90	93	96	99	...

On peut définir ici deux suites : celle comptant les décibels, et celle comptant les scooters.

### Décibels

On remarque que le nombre de décibels augmente de 3 à chaque étape. On a donc :

$$u_0 = 90 \quad u_1 = 90 + 3 = 93 \quad u_2 = 93 + 3 = 96 \quad u_3 = 96 + 3 = 99\dots$$

Autrement dit :

$$u_0 = 90 \quad u_1 = u_0 + 3 \quad u_2 = u_1 + 3 = u_0 + 3 + 3 \quad u_3 = u_2 + 3 = u_1 + 3 + 3 = u_0 + 3 + 3 + 3\dots$$

On obtient donc pour  $n$  étapes :  $u_n = u_0 + 3 \times n$  (soit ici :  $u_n = 90 + 3 \times n$ ).

#### De manière générale

On considère une suite où l'on ajoute un même nombre  $r$  à chaque étape, en partant de l'étape 0. Ainsi :

$$\begin{aligned} u_0 & \\ u_1 &= u_0 + r \\ u_2 &= u_1 + r = u_0 + r + r \\ u_3 &= u_2 + r = u_1 + r + r = u_0 + r + r + r \\ &\dots \\ u_n &= u_0 + n \times r \end{aligned}$$

Cette variation absolue correspond à une suite arithmétique (dans notre cas de raison  $r = 3$  et de premier terme  $u_0 = 90$ ).

### Scooters

On remarque que le nombre de scooters est multiplié par 2 à chaque étape. On a donc :

$$v_0 = 1 \quad v_1 = 2 \times 1 = 2 \quad v_2 = 2 \times 2 = 4 \quad v_3 = 2 \times 4 = 8\dots$$

Autrement dit :

$$v_0 = 1 \quad v_1 = 2 \times v_0 \quad v_2 = 2 \times v_1 = 2 \times 2 \times v_0 \quad v_3 = 2 \times v_2 = 2 \times 2 \times v_1 = 2 \times 2 \times 2 \times v_0\dots$$

On obtient donc pour  $n$  étapes :  $v_n = v_0 \times 2^n$  (soit ici :  $v_n = 1 \times 2^n$ ).

#### De manière générale

On considère une suite où l'on multiplie par le même nombre  $q$  à chaque étape, en partant de l'étape 0. Ainsi :

$$\begin{aligned} v_0 & \\ v_1 &= v_0 \times q \\ v_2 &= v_1 \times q = v_0 \times q \times q \\ v_3 &= v_2 \times q = v_1 \times q \times q = v_0 \times q \times q \times q \\ &\dots \\ v_n &= v_0 \times q^n \end{aligned}$$

Cette variation relative correspond à une suite géométrique (dans notre cas de raison  $q = 2$  et de premier terme  $v_0 = 1$ ).

### Solution au problème

On peut maintenant répondre à la problématique. En effet, il suffit de trouver le numéro de l'étape  $n$  qui va correspondre à 180 dB. Pour cela, on résout :

$$u_n = 180 \implies 90 + 3n = 180 \implies 3n = 90 \implies n = 30.$$

Ainsi, on aura 180 dB à la 30<sup>ème</sup> étape. Cela correspond donc à :

$$v_{30} = 1 \times 2^{30} = 2^{30} = 1\,073\,741\,824 \text{ scooters.}$$