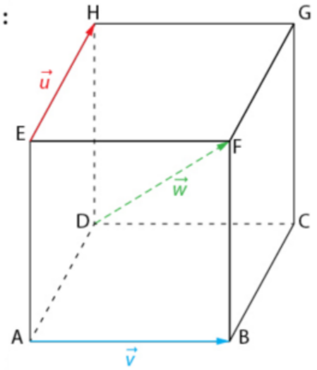
ACTIVITÉ 1

Partie A

ABCDEFGH est le cube représenté ci-contre. On donne les vecteurs de l'espace :

$$\vec{u} = \overrightarrow{EH}, \quad \vec{v} = \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \vec{w} = \overrightarrow{DF}.$$



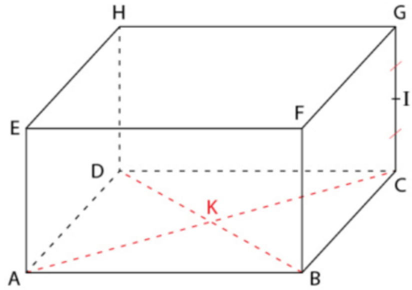
1 Donner un représentant, à l'aide des points de la figure, de chacun des vecteurs.

a) $\vec{w} + \vec{u}$ **b)** $\vec{w} - \vec{v}$ **c)** $\vec{u} + \vec{w} - \vec{v}$

2 Placer les points O et M définis par : $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}\vec{w}$ et $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$.

Partie B

ABCDEFGH est le parallélépipède rectangle représenté ci-dessous.
I est le milieu de l'arête [CG] et K est le centre de la face ABCD.



1 **a)** Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AK}$ sont-ils coplanaires ?

b) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2 **a)** Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AI}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{AG}$.

b) Les vecteurs $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont-ils coplanaires ?

3 **a)** Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$ sont-ils coplanaires ?

b) Dans chaque cas, décomposer le vecteur dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ c'est-à-dire sous la forme $a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD} + c\overrightarrow{AE}$ avec a, b, c nombres réels.

- $\overrightarrow{AK}$
- $\overrightarrow{AI}$
- $\overrightarrow{DI}$

ACTIVITÉ 2

Partie A

À l'affût sur une branche (au point A), un martin-pêcheur a repéré un poisson (au point P). Il s'élance vers sa proie selon une trajectoire que l'on modélise par la droite *d*. La situation est schématisée ci-dessous.

Dans un repère de l'espace, on donne A(1 ; 6 ; 4) et P(3 ; 12 ; – 2).

1 Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite *d*.

2 Une seconde après son envol, le martin-pêcheur se trouve au point B(2 ; 9 ; 1).

a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b) Justifier que l'oiseau se trouve sur la droite *d*.

3 À un instant de son vol, le martin-pêcheur se trouve en un point M$(x\,;y\,;z)$ de la droite *d*.

a) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AP}$?

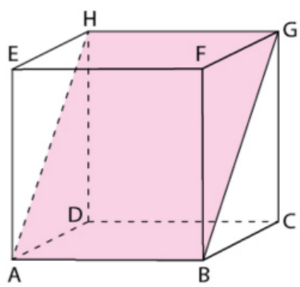
b) Démontrer que M$(x\,;y\,;z)$ appartient à la droite *d* si, et seulement si, il existe un nombre réel *t* tel que :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 6 + 6t \\ z = 4 - 6t \end{cases}$$

Pour quelle valeur de *t*, le martin-pêcheur atteint-il sa proie ?

Partie B

On considère le cube ABCDEFGH d'arête 1 représenté ci-contre. On se place dans le repère orthonormé $(D\,; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$.



1 **a)** Déterminer les coordonnées des points A, B, F, G.

b) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{CF}$.

c) Que peut-on en déduire pour la droite (CF) et le plan (ABG) ?

2 M désigne un point de coordonnées $(x\,;y\,;z)$ appartenant au plan (ABG).

a) Sans effectuer de calculs, déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CF}$. Justifier.

b) Démontrer que M$(x\,;y\,;z)$ appartient au plan (ABG) si, et seulement si, $x + z - 1 = 0$.

c) Le point N(9 ;– 20 ; 7) appartient-il au plan (ABG) ?