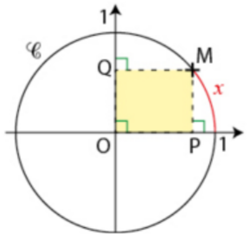
ACTIVITÉ

Dans le repère orthonormé d'origine O ci-contre, $\mathscr{C}$ est le cercle trigonométrique de centre O et M est le point de $\mathscr{C}$ image d'un réel x de l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$. P et Q sont les projetés orthogonaux de M sur les axes comme indiqué ci-contre. On s'intéresse à l'aire $S(x)$ du rectangle OPMQ, en unité d'aire.



1 Exprimer $S(x)$ en fonction de x.

2 On admet que la fonction S est dérivable sur $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

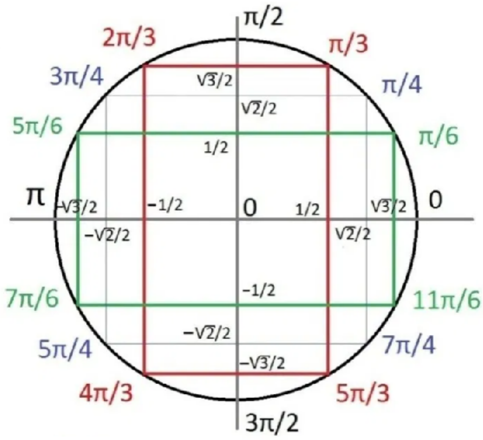
a) Déterminer la fonction dérivée S′ de la fonction S.

b) Justifier que pour tout réel x de $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$, $S'(x) = 2\cos^2(x) - 1$.

c) En s'aidant du cercle trigonométrique, résoudre l'inéquation $\cos(x) \geqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$ dans l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

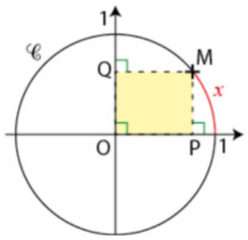
3 Dresser le tableau de variations de la fonction S sur $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

En déduire la position du point M pour laquelle l'aire $S(x)$ est maximum. Quelle est alors la nature du rectangle OPMQ ?



ACTIVITÉ

Dans le repère orthonormé d'origine O ci-contre, $\mathscr{C}$ est le cercle trigonométrique de centre O et M est le point de $\mathscr{C}$ image d'un réel x de l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$. P et Q sont les projetés orthogonaux de M sur les axes comme indiqué ci-contre. On s'intéresse à l'aire $S(x)$ du rectangle OPMQ, en unité d'aire.



1 Exprimer $S(x)$ en fonction de x.

2 On admet que la fonction S est dérivable sur $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

a) Déterminer la fonction dérivée S′ de la fonction S.

b) Justifier que pour tout réel x de $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$, $S'(x) = 2\cos^2(x) - 1$.

c) En s'aidant du cercle trigonométrique, résoudre l'inéquation $\cos(x) \geqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$ dans l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

3 Dresser le tableau de variations de la fonction S sur $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

En déduire la position du point M pour laquelle l'aire $S(x)$ est maximum. Quelle est alors la nature du rectangle OPMQ ?