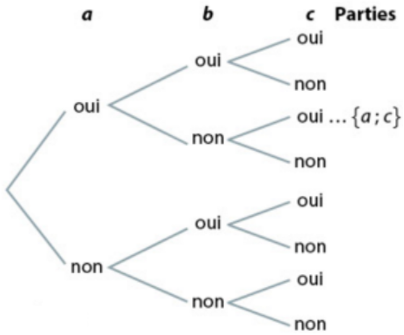
ACTIVITÉ 1

E est l'ensemble à trois éléments $\{a\,;b\,;c\}$. Une partie de l'ensemble E est un ensemble formé par certains éléments de E ou aucun. Par exemple, l'ensemble $\{a\,;c\}$ est une partie de E. L'arbre ci-contre permet de dénombrer celles-ci.



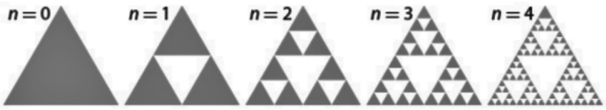
1 a) Recopier et compléter l'arbre afin de déterminer toutes les parties de l'ensemble E.
b) Combien de parties possède l'ensemble E ?

2 On considère l'ensemble $F = \{a\,;b\,;c\,;d\}$.
a) Comment modifier l'arbre pour déterminer l'ensemble des parties de F ?
b) Par quel nombre multiplie-t-on le nombre de parties de E pour obtenir le nombre de parties de F ? Combien de parties possède l'ensemble F ?

3 n désigne un nombre entier naturel.
Conjecturer une formule donnant le nombre de parties d'un ensemble à n éléments.

ACTIVITÉ 2

Le motif qui orne la coquille du *Cymbiola innexa*, un mollusque indonésien, intrigue les chercheurs car il s'apparente à une fractale appelée triangle de Sierpinski (du nom d'un mathématicien polonais). On part d'un triangle équilatéral plein de côté 1.
À chaque étape, on partage chaque triangle plein en 4 triangles équilatéraux de même côté et on colorie en blanc le triangle central.



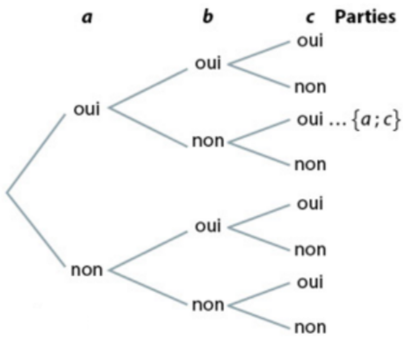
On note p_n le périmètre total des triangles blancs à la n-ième étape. $p_0 = 0$ et on admet que pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = p_n + \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$.

1 Déterminer p_1, puis p_2.

2 On se propose de démontrer que pour tout entier naturel n, la propriété P(n) : « $p_n = 3\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right)$ » est vraie.
a) La propriété P(0) est-elle vraie ?
b) On suppose que, pour un entier naturel k, la propriété P(k) est vraie. Expliciter cette propriété P(k).
c) Exprimer p_{k+1} en fonction de p_k et démontrer qu'alors la propriété P($k+1$) est vraie.

ACTIVITÉ 1

E est l'ensemble à trois éléments $\{a\,;b\,;c\}$. Une partie de l'ensemble E est un ensemble formé par certains éléments de E ou aucun. Par exemple, l'ensemble $\{a\,;c\}$ est une partie de E. L'arbre ci-contre permet de dénombrer celles-ci.



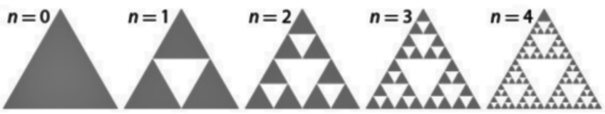
1 a) Recopier et compléter l'arbre afin de déterminer toutes les parties de l'ensemble E.
b) Combien de parties possède l'ensemble E ?

2 On considère l'ensemble $F = \{a\,;b\,;c\,;d\}$.
a) Comment modifier l'arbre pour déterminer l'ensemble des parties de F ?
b) Par quel nombre multiplie-t-on le nombre de parties de E pour obtenir le nombre de parties de F ? Combien de parties possède l'ensemble F ?

3 n désigne un nombre entier naturel.
Conjecturer une formule donnant le nombre de parties d'un ensemble à n éléments.

ACTIVITÉ 2

Le motif qui orne la coquille du *Cymbiola innexa*, un mollusque indonésien, intrigue les chercheurs car il s'apparente à une fractale appelée triangle de Sierpinski (du nom d'un mathématicien polonais). On part d'un triangle équilatéral plein de côté 1.
À chaque étape, on partage chaque triangle plein en 4 triangles équilatéraux de même côté et on colorie en blanc le triangle central.



On note p_n le périmètre total des triangles blancs à la n-ième étape. $p_0 = 0$ et on admet que pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = p_n + \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$.

1 Déterminer p_1, puis p_2.

2 On se propose de démontrer que pour tout entier naturel n, la propriété P(n) : « $p_n = 3\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right)$ » est vraie.
a) La propriété P(0) est-elle vraie ?
b) On suppose que, pour un entier naturel k, la propriété P(k) est vraie. Expliciter cette propriété P(k).
c) Exprimer p_{k+1} en fonction de p_k et démontrer qu'alors la propriété P($k+1$) est vraie.