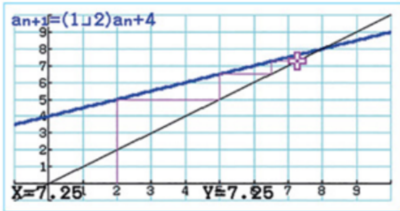
ACTIVITÉ 1

(u_n) **est la suite définie par** $u_0 = 2$ **et pour tout entier naturel** n, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4$. **Katia a représenté graphiquement cette suite comme à l'activité 1, mais à l'écran de sa calculatrice.**



1 Katia conjecture que la suite (u_n) est croissante et que pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant 8$.
Démontrer ces deux conjectures à l'aide d'un raisonnement par récurrence.

2 **a)** Déterminer une suite (a_n) constante qui vérifie la relation : $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 4$.

b) Démontrer que la suite $(u_n - a_n)$ est géométrique et préciser sa raison.

c) Exprimer $u_n - a_n$, puis u_n en fonction de n. Conjecturer la limite de la suite (u_n).

ACTIVITÉ 2

Des chercheurs estiment que, chaque mois, la population d'une fourmilière s'accroît de 20 % et qu'en moyenne 200 fourmis ne reviennent pas à la fourmilière. Le 1^er^ janvier 2020, la population est estimée à 4 000 fourmis.
On se propose d'étudier l'évolution de cette population.

1 On note p_n la population le 1er jour du n-ième mois après janvier 2020. Ainsi, $p_0 = 4000$.

a) Expliquer pourquoi pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 1{,}2p_n - 200$.

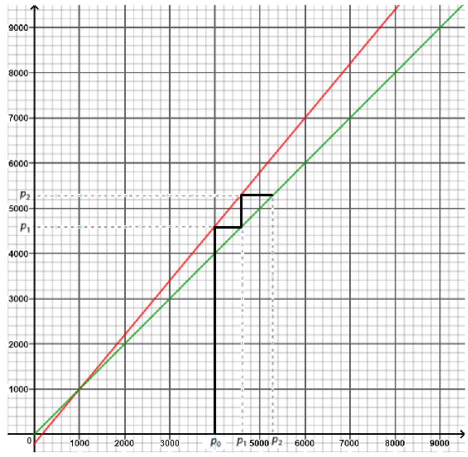
b) Calculer la population au 1er mars 2020.

2 On représente graphiquement les premiers termes de la suite (p_n) dans le repère orthonormé ci-contre.

a) Expliciter une fonction f telle que pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = f(p_n)$.

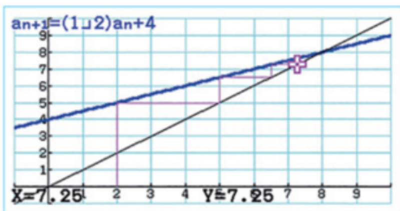
b) Dans le repère ci-contre, on a tracé les droites d d'équation $y = 1{,}2x - 200$ (en rouge) et d' d'équation $y = x$ (en vert).
On place p_0 sur l'axe des abscisses, puis on utilise la droite d pour placer p_1 sur l'axe des ordonnées.
On utilise la droite d' pour reporter p_1 sur l'axe des abscisses.
Poursuivre pour placer, sans calculs, p_2, p_3, p_4, p_5 sur l'axe des abscisses

c) Conjecturer et décrire dans une phrase la monotonie et la limite de la population de cette fourmilière.



ACTIVITÉ 1

(u_n) **est la suite définie par** $u_0 = 2$ **et pour tout entier naturel** n, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4$. **Katia a représenté graphiquement cette suite comme à l'activité 1, mais à l'écran de sa calculatrice.**



1 Katia conjecture que la suite (u_n) est croissante et que pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant 8$.
Démontrer ces deux conjectures à l'aide d'un raisonnement par récurrence.

2 **a)** Déterminer une suite (a_n) constante qui vérifie la relation : $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 4$.

b) Démontrer que la suite $(u_n - a_n)$ est géométrique et préciser sa raison.

c) Exprimer $u_n - a_n$, puis u_n en fonction de n. Conjecturer la limite de la suite (u_n).

ACTIVITÉ 2

Des chercheurs estiment que, chaque mois, la population d'une fourmilière s'accroît de 20 % et qu'en moyenne 200 fourmis ne reviennent pas à la fourmilière. Le 1er janvier 2020, la population est estimée à 4 000 fourmis.
On se propose d'étudier l'évolution de cette population.

1 On note p_n la population le 1er jour du n-ième mois après janvier 2020. Ainsi, $p_0 = 4000$.

a) Expliquer pourquoi pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 1{,}2p_n - 200$.

b) Calculer la population au 1er mars 2020.

2 On représente graphiquement les premiers termes de la suite (p_n) dans le repère orthonormé ci-contre.

a) Expliciter une fonction f telle que pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = f(p_n)$.

b) Dans le repère ci-contre, on a tracé les droites d d'équation $y = 1{,}2x - 200$ (en rouge) et d' d'équation $y = x$ (en vert).
On place p_0 sur l'axe des abscisses, puis on utilise la droite d pour placer p_1 sur l'axe des ordonnées.
On utilise la droite d' pour reporter p_1 sur l'axe des abscisses.
Poursuivre pour placer, sans calculs, p_2, p_3, p_4, p_5 sur l'axe des abscisses

c) Conjecturer et décrire dans une phrase la monotonie et la limite de la population de cette fourmilière.