ACTIVITÉ Correction

Du nombre dérivée à la fonction dérivée

Soit f la fonction inverse définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \frac{1}{x}$. Soit h un réel tel $h > 0$.

$$1. \tau_a(f) = \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h-h} = \frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h} = \frac{\frac{a - (a+h)}{(a+h)a}}{h} = \frac{-h}{a^2 + ah} = \frac{-h}{a^2 + ah} \times \frac{1}{h} = -\frac{1}{a^2 + ah}.$$

Lorsque h se rapproche de 0, on a : $\lim_{h \rightarrow +0} -\frac{1}{a^2 + ah} = -\frac{1}{a^2}$.

2. Voici le tableau complété :

a	-3	-2	0	4	10
$\tau_a(f)$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{4}$	impossible	$-\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{100}$

3. La fonction f est dérivable pour tout réel a , excepté 0, soit donc sur l'ensemble $\mathbb{R}^*$.

4. La fonction dérivée de f est donc définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Associations

- Sur la courbe **1**, on remarque un extremum en $x = 3$, donc il y a une tangente horizontale pour $x = 3$, impliquant donc que $f'(3) = 0$. Cela correspond à la courbe de la dérivée **b**.
- Sur la courbe **2**, on remarque un extremum en $x = 1$, donc il y a une tangente horizontale pour $x = 1$, impliquant donc que $f'(1) = 0$. Cela correspond à la courbe de la dérivée **c**.
- La courbe **3** est donc associée à la courbe dérivée **a**.

⇒ Quel lien, après avoir associé les courbes entre elles, entre les variations de f et les signes de f' ?...