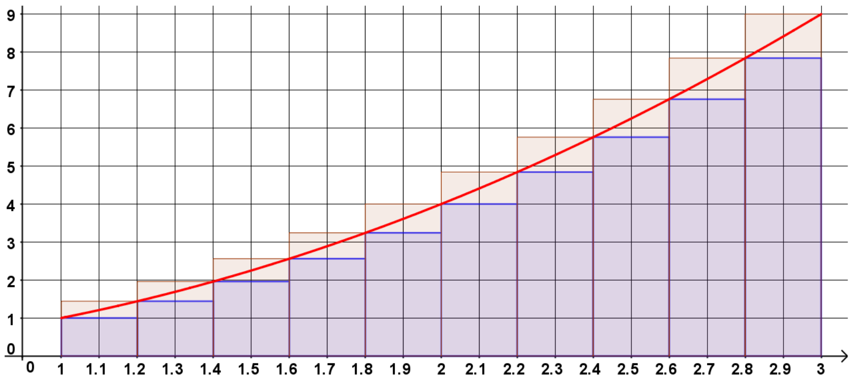
ACTIVITÉ 1 Correction

❶ Fonction $f(x) = 4$
L'aire du domaine délimité par la fonction $f(x) = 4$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$ est l'aire d'un rectangle de côté $3 - 1 = 2$ et $4 - 0 = 4$.
L'aire de ce domaine est donc égale à $4 \times 2 = 8$ unités d'aire.

❷ Fonction $g(x) = -x + 5$
L'aire du domaine délimité par la fonction $g(x) = -x + 5$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$ est l'aire d'un trapèze de petite base égale à 2, de grande base égale à 4 et de hauteur égale à $3 - 1 = 2$.
L'aire de ce domaine est donc égale à $\dfrac{(2+4) \times 2}{2} = 6$ unités d'aire.

❸ Fonction $h(x) = x^2$
Ayant une courbe, il est impossible d'appliquer les raisonnements directs précédents. Cependant, il est possible d'encadrer l'aire du domaine en la majorant par de grands rectangles puis en la minorants par de petits rectangles, tous de largeur égale à $0,2$.On obtient donc le dessin suivant :



La somme des aires des petits rectangles est égale à :
$P = 0,2 \times (1 + 1,44 + 1,96 + 2,56 + 3,24 + 4 + 4,84 + 5,76 + 6,76 + 7,84) = 0,2 \times 39,4 = 7,88$.
La somme des aires des grands rectangles est égale à :
$G = 0,2 \times (1,44 + 1,96 + 2,56 + 3,24 + 4 + 4,84 + 5,76 + 6,76 + 7,84 + 9) = 0,2 \times 47,4 = 9,48$.
L'aire du domaine est donc comprise entre $7,88$ et $9,48$ unités d'aire.
Réellement, l'aire de ce domaine est environ égale à $8,7$ unités d'aire.

ACTIVITÉ 2 Correction

1. La courbe représentant f est la courbe rouge et celle représentant v est la courbe verte.

2. v est une fonction affine définie sur $[\,0\,;\,8\,]$ donc de la forme $v(x) = ax + b$.
   Or $v(0) = 50$ donc $b = 50$. Comme $v(4) = 0$ alors : $0 = a \times 4 + 50 \Rightarrow a = -12,5$.
   D'où $v(x) = -12,5x + 50$.

3. v est la dérivée de f donc f est de la forme :
   $f(x) = -12,5 \times \dfrac{x^2}{2} 50x + c = -6,25x^2 + 50x + c$ où c est une constante que l'on va déterminer.
   Comme $f(0) = 0 \Rightarrow -6,25 \times 0^2 + 50 \times 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$.
   D'où $f(x) = -6,25x^2 + 50x$.

4. $f(4) - f(0) = -6,25 \times 4^2 + 50 \times 4 - 0 = 100 - 0 = 100$.
   La valeur de l'aire sous la courbe de v entre les droites d'équations $x = 0$ et $x = 4$ est égale à :
   $A = \dfrac{50 \times 4}{2} = \dfrac{200}{2} = 100$.
   On obtient donc : $A = f(4) - f(0)$.

Remarques
On dit que f est la primitive de v sur l'intervalle $[\,0\,;\,8\,]$ qui s'annule en 0.
De plus : $A = \displaystyle\int_0^4 v(x)\,\mathrm{d}x = f(4) - f(0)$.