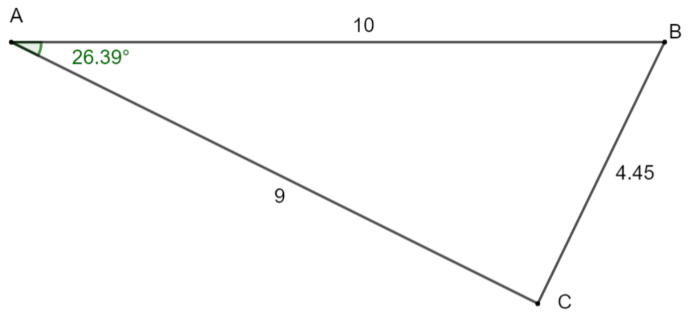
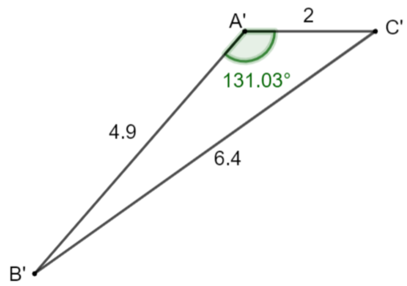
ACTIVITÉ Correction

Partie A

1. $d_1 = 8^2 + 3^2 - 7^2 + 64 + 9 - 49 = 73 - 49 = 24$.
   $d_2 = 6^2 + 2^2 - 7^2 = 36 + 4 - 49 = 40 - 49 = -9$.
   $d_3 = 4^2 + 3^2 - 5^2 = 16 + 9 - 25 = 25 - 25 = 0$.
   $d_4 = 4^2 + 4^2 - 7^2 = 16 + 16 - 49 = 32 - 49 = -17$.
   $d_5 = 7^2 + 6^2 - 3^2 = 49 + 36 - 9 = 85 - 9 = 76$.
2. Voici les deux triangles avec :
   $ABC : d = 10^2 + 9^2 - 4,45^2 = 100 + 81 - 19,8025 = 161,1975 > 0$.
   $A'B'C' : d = 4,9^2 + 2^2 - 6,4^2 = 24,01 + 4 - 40,96 = -12,95$.

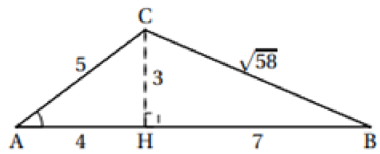




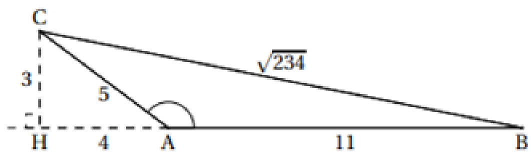
3. Si $d > 0$ alors l'angle $\widehat{BAC}$ est aigu.
   Si $d < 0$ alors l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus.
   Si $d = 0$ alors l'angle $\widehat{BAC}$ est droit.

Partie B

1. Étude de la configuration 1 :
   (a) $d = AB^2 + AC^2 - BC^2 = 11^2 + 5^2 - (\sqrt{58})^2 = 121 + 25 - 58 = 146 - 58 = 88$.
   (b) $2AB \times AH = 2 \times 11 \times 4 = 88$.
   (c) On remarque que $AB^2 + AC^2 - BC^2 = 2AB \times AH$.



2. Étude de la configuration 2 :
   (a) $d = AB^2 + AC^2 - BC^2 = 11^2 + 5^2 - (\sqrt{234})^2 = 121 + 25 - 234$
   $= 146 - 234 = -88$.
   (b) $-2AB \times AH = -2 \times 11 \times 4 = -88$.
   (c) On remarque que $AB^2 + AC^2 - BC^2 = -2AB \times AH$.



3. Si l'angle $\widehat{BAC}$ est aigu, alors $d = AB^2 + AC^2 - BC^2 = 2AB \times AH$ et le signe de d est positif.
   Si l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus, alors $d = AB^2 + AC^2 - BC^2 = -2AB \times AH$ et le signe de d est négatif.
   Si l'angle $\widehat{BAC}$ est droit, alors $d = 0$.

Partie C

1. Le triangle AHC est rectangle en H. D'après la trigonométrie : $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{AH}{AC} \Longrightarrow AH = AC \times \cos(\widehat{BAC})$.
2. Ainsi, on en déduit que : $d = AB^2 + AC^2 - BC^2 = 2AB \times AH = 2AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$.