**CHAPITRE 3 : Triangles et cercles**

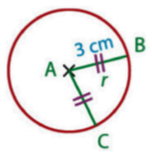
# 1 Cercles

<u>Définitions</u>
$A$ désigne un point et $r$ un nombre positif.

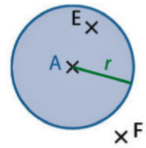
- Le cercle de centre $A$ et de rayon $r$ est l'ensemble des points situés à la même distance $r$ du point $A$.
- Le disque de centre $A$ et de rayon $r$ est l'ensemble des points situés à une distance du point $A$ inférieure ou égale à $r$.

<u>Exemples</u>

Le cercle de centre $A$ et de rayon $3\,cm$ est l'ensemble de tous les points situés à une distance $3\,cm$ du point $A$. Les segments $[AB]$ et $[AC]$ sont des rayons de ce cercle. Ils ont tous la même longueur : $3\,cm$.




Le disque de centre $A$ et de rayon $3\,cm$ est l'ensemble de tous les points situés à une distance inférieure ou égale à $3\,cm$ du point $A$ : c'est la zone colorée. La distance entre $A$ et $E$ est inférieure à $3\,cm$. La distance entre $A$ et $F$ est supérieure à $3\,cm$.



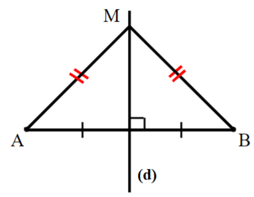

# 2 Construire et utiliser des médiatrices

<u>Définition</u>
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par le milieu.

<u>Propriétés</u>

$A$ et $B$ désignent deux points distincts. La médiatrice du segment $[AB]$ est l'ensemble de tous les points situés à égale distance de $A$ et de $B$ :

- Si un point $M$ appartient à la médiatrice de $[AB]$ alors $MA = MB$.
- Si $MA = MB$ alors le point $M$ appartient à la médiatrice de $[AB]$



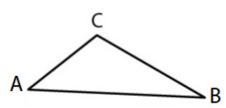

<u>Méthodes de construction</u>
Avec une équerre graduée :

Avec un compas :

# 3 Utiliser l'inégalité triangulaire

<u>Propriété</u>
Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

<u>Exemple</u>
Dans un triangle $ABC$ non aplati, on a les inégalités triangulaires suivantes :
$AB < AC + CB \qquad AC < AB + CB \qquad CB < AC + AB$

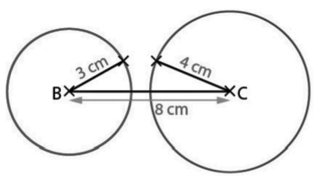



<u>Méthode</u>
Pour vérifier qu'un triangle est constructible, on vérifie que la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres.

<u>Exemples</u>

Peut-on construire le triangle $ABC$ tel que : $AB = 3\,cm$ ; $BC = 8\,cm$ et $AC = 4\,cm$ ?

La plus grande longueur est $BC$ et $BC > AB + AC$. Donc le triangle $ABC$ n'est pas constructible.

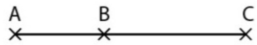



Peut-on construire le triangle $CHU$ tel que : $CH = 5\,cm$ ; $CU = 3\,cm$ et $UH = 4\,cm$ ?

Propriété
Soient $A$, $B$ et $C$ trois points distincts.

- Si $B \in [AC]$ alors $AC = AB + BC$.
- Si $AC = AB + BC$ alors $B \in [AC]$ : les points $A$, $B$ et $C$ sont alignés.

Exemple
Soient $A$, $B$ et $C$ trois points tels que : $AB = 1,5\,cm$ ; $BC = 2,5\,cm$ et $AC = 4\,cm$.
On a $AC = AB + BC$. On peut donc en conclure que les points $A$, $B$ et $C$ sont alignés. On dit que le triangle $ABC$ est aplati

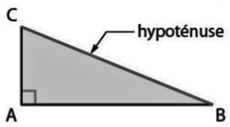



# 4 Connaître les triangles particuliers

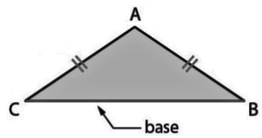
Définitions

- Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle "l'hypoténuse".
- Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur. On appelle "sommet principal" le point commun aux deux côtés de même longueur. On appelle "base" le côté opposé au sommet principal.
- Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

Exemples
Le triangle $ABC$ est rectangle en $A$. $[BC]$ est l'hypoténuse.

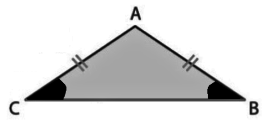



$ABC$ est un triangle isocèle en $A$. Le point $A$ est le sommet principal du triangle $ABC$. Le segment $[BC]$ est la base du triangle $ABC$.



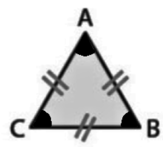

Propriétés (Triangle isocèle)
Soit $ABC$ un triangle.

- Si $ABC$ est isocèle en $A$, alors les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ ont la même mesure.
- Si les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ ont la même mesure alors $ABC$ est isocèle en $A$.
- Un triangle isocèle a un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.

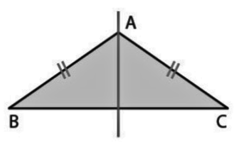



Propriétés (Triangle équilatéral)

- Si un triangle est équilatéral alors ses trois angles ont pour mesure 60 degrés.
- Si les trois angles d'un triangle ont même mesure, alors il est équilatéral.
- Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie : les médiatrices de ses trois côtés.




Exemples
$ABC$ est isocèle en $A$ : la médiatrice de $[BC]$ est un axe de symétrie du triangle $ABC$.




$ABC$ est un triangle équilatéral : les médiatrices de ses trois côtés sont des axes de symétrie du triangle $ABC$.