CHAPITRE 2 : Théorème de Thalès

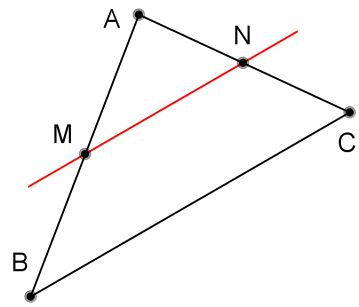
# Introduction

Triangles semblables

— Deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.
— Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs des côtés opposés aux angles égaux sont proportionnelles.
— Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles alors ces triangles sont semblables.

Rappel d'une propriété de $4^{eme}$

Sur la figure ci-contre, $M$ est un point du côté $[AB]$, $N$ est un point du côté $[AC]$ et les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles. On peut alors affirmer que :




a) Les longueurs des côtés correspondants des triangles $AMN$ et $ABC$ sont proportionnelles.

b) Le triangle ABC est un agrandissement du triangle $AMN$.

c) Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Grand triangle $ABC$ | $AB$ | $AC$ | $BC$ |
| Petit triangle $AMN$ | $AM$ | $AN$ | $MN$ |

d) On a les égalités suivantes : $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$ et $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.

Agrandissements et réductions dans le plan

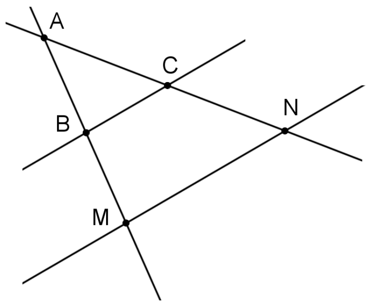
Faire un agrandissement (ou une réduction) d'une figure, c'est multiplier ses dimensions par un nombre $k$ appelé coefficient d'agrandissement (ou coefficient de réduction).

— Si $k > 1$ ou $k < -1$ alors on a un agrandissement de la figure initiale.
— Si $-1 < k < 1$ on a une réduction de la figure initiale.

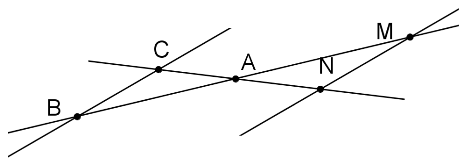
## 1 Calculer des longueurs

Théorème de Thalès

Soient $(BM)$ et $(CN)$ deux droites sécantes en $A$. Si $(MN)$ est parallèle à $(BC)$ alors $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.




***Configuration "classique"***




***Configuration "papillon"***

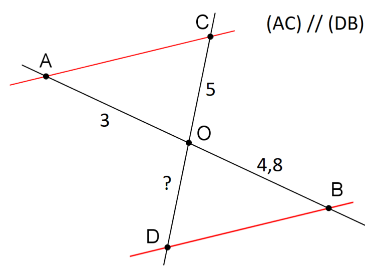
Exemple

Les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont sécantes en $O$.

Les droites $(AC)$ et $(BD)$ sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès on a : $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{OC}{OD} = \dfrac{AC}{BD}$ .

C'est à dire : $\dfrac{3}{4,8} = \dfrac{5}{OD}$. On a $3 \times OD = 4,8 \times 5$ donc $OD = \dfrac{24}{3} = 8\ cm$.



## 2 Montrer que des droites sont ou ne sont pas parallèles

Réciproque du Théorème de Thalès

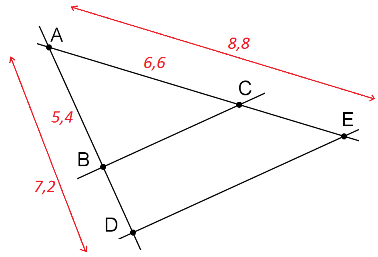
Si les points $A$, $B$, $M$ d'une part et $A$, $C$, $N$ d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$, alors les droites $(BC)$ et $(MN)$ sont parallèles.

Exemple 1

Dans la figure ci-dessus, les points $A$, $B$, $D$ d'une part et $A$, $C$, $E$ d'autre part sont alignés dans le même ordre.

On a : $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{5,4}{7,2} = 0,75$ et $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{6,6}{8,8} = 0,75$.

$\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE}$ : l'égalité de Thalès est vérifiée. Donc les droites $(BC)$ et $(DE)$ sont parallèles.




Exemple 2

Dans la figure ci-dessus, les points $B$, $A$, $E$ d'une part et $C$, $A$, $D$ d'autre part sont alignés dans le même ordre.

On a : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1,4}{4,8} = 0,375$ et $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{2,4}{5} = 0,48$.

$\dfrac{AE}{AB} \neq \dfrac{AD}{AC}$ : l'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.

Donc les droites $(BC)$ et $(DE)$ ne sont pas parallèles.