CHAPITRE 5 : Trigonométrie

1 Calculer des rapports trigonométriques

Définition

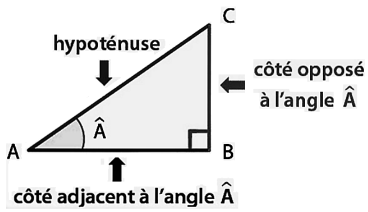
Dans un triangle ABC **rectangle** en B, les rapports $\dfrac{AB}{AC}$, $\dfrac{BC}{AC}$ et $\dfrac{BC}{AB}$ ne dépendent que de la mesure de l'angle $\widehat{A}$.

Ces rapports sont respectivement appelés cosinus (noté $cos(\widehat{A})$), sinus (noté $sin(\widehat{A})$) et tangente (notée $tan(\widehat{A})$) de $\widehat{A}$.

$$cos(\widehat{A}) = \frac{longueur\ du\ cote\ adjacent\ a\ \widehat{A}}{longueur\ de\ l'hypotenuse} = \frac{AB}{AC}$$

$$sin(\widehat{A}) = \frac{longueur\ du\ cote\ oppose\ a\ \widehat{A}}{longueur\ de\ l'hypotenuse} = \frac{BC}{AC}$$

$$tan(\widehat{A}) = \frac{longueur\ du\ cote\ oppose\ a\ \widehat{A}}{longueur\ du\ cote\ adjacent\ a\ \widehat{A}} = \frac{BC}{AB}$$



Méthode

Afin de Mémoriser ces rapports, vous pouvez utiliser l'expression suivante : **SOHCAHTOA**

$$\mathbf{S}in(angle) = \frac{cote\ \mathbf{O}ppose}{\mathbf{H}ypotenuse} \qquad \mathbf{C}os(angle) = \frac{cote\ \mathbf{A}djacent}{\mathbf{H}ypotenuse} \qquad \mathbf{T}an(angle) = \frac{cote\ \mathbf{O}ppose}{cote\ \mathbf{A}djacent}$$

Propriété

Le cosinus et le sinus d'un angle aigu (angle compris en 0° et 90°) sont des nombres strictement compris entre 0 et 1.
La tangente d'un angle aigu est un nombre strictement positif.

Propriétés

a) Pour tout angle aigu $\widehat{A}$, $cos^2(\widehat{A}) + sin^2(\widehat{A}) = 1$.

b) Pour tout angle aigu $\widehat{A}$, $tan(\widehat{A}) = \dfrac{sin(\widehat{A})}{cos(\widehat{A})}$.

Démonstration

a) Soit un angle aigu $\widehat{A}$ dans un triangle ABC rectangle en B :

$$cos^2(\widehat{A}) + sin^2(\widehat{A}) = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 = \frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2} = \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2} = \frac{AC^2}{AC^2} = 1$$

(d'après le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC rectangle en B : $AC^2 = AB^2 + BC^2$).

b) Soit un angle aigu $\widehat{A}$ dans un triangle ABC rectangle en B : $\dfrac{sin(\widehat{A})}{cos(\widehat{A})} = \dfrac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AB}{AC}} = \dfrac{BC}{AC} \times \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{BC}{AB} = tan(\widehat{A})$.

2 Utiliser les rapports trigonométriques

2.1 Calcul de la mesure d'un angle

Méthode

Dans un triangle rectangle, pour calculer la mesure d'un angle aigu, il faut connaître les longueurs des deux côtés.

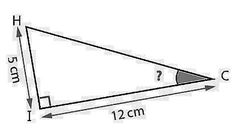
On peut alors trouver la mesure de l'angle en utilisant le rapport trigonométrique qui fait intervenir l'angle inconnu et les deux longueurs connues.

Exemple

Le triangle HIC est rectangle en I, donc :

$tan(\widehat{HCI}) = \dfrac{HC}{IC}$

$tan(\widehat{HCI}) = \dfrac{5}{12}$



La touche "$arctan$" de la calculatrice donne :
$\widehat{HCI} = arctan(\dfrac{5}{12}) \simeq 23°$.

2.2 Calcul d'une longueur

Méthode

Dans un triangle rectangle, pour calculer la longueur d'un côté du triangle, il faut connaître la longueur d'un côté et la mesure d'un angle.

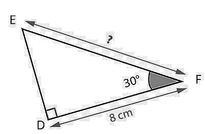
On peut alors trouver la longueur inconnue en utilisant le rapport trigonométrique qui fait intervenir l'angle connu, la longueur connue et la longueur inconnue.

Exemple

Le triangle EFD est rectangle en D, donc :

$cos(\widehat{EFD}) = \dfrac{FD}{EF}$

$cos(\widehat{30}) = \dfrac{8}{EF}$



On effectue le produit en croix : $EF = \dfrac{8}{cos(\widehat{30})} \simeq 9,2\ cm$.