CHAPITRE 10 : Probabilités

1 Modéliser une expérience aléatoire

Définition
Une expérience dont on connaît tous les résultats possibles, appelés issues, sans savoir avant l'expérience le résultat qu'un obtiendra est appelée expérience aléatoire. Elle doit être reproductible dans les mêmes conditions.

Propriétés
- La probabilité d'une issue est un nombre compris entre 0 et 1.
- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.
- Quand chaque issue a autant de chance de se produire qu'une autre, on a une situation d'équiprobabilité.

Exemple
On fait tourner la roue équilibrée ci-contre, qui est divisée en huit secteurs numérotés de 1 à 8, et de même aire. Les issues 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 sont équiprobables.
La probabilité de chacune de ces issues est donc égale à : $1 \div 8 = 0,125$.

Propriété
Si on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de chaque issue se stabilise autour d'une valeur. On prend alors cette valeur comme probabilité de l'issue.

2 Déterminer la probabilité d'un événement

Définition
Un événement est une condition qui porte sur les issues et qui peut être, ou ne pas être, réalisée lors d'une expérience.

Propriété
- La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.
- Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est égale à : $P(A) = \dfrac{nombre\ d'issues\ qui\ realisent\ A}{nombre\ total\ d'issues}$.
- Deux événements A et B sont dits incompatibles s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.
  On a alors : $P(A\ ou\ B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Définition
L'événement contraire de A, noté $\overline{A}$, est l'événement formé des issues ne réalisant pas A. Pour tout événement A : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Exemple
On considère un jeu de 32 cartes et les événements : A : "obtenir une carte rouge" B : "obtenir un pique"
On a ainsi les probabilités suivantes : $P(A) = \dfrac{16}{32} = 0,5$ $P(B) = \dfrac{8}{32}$.

Les événements A et B sont incompatibles donc $P(A\ ou\ B) = P(A) + P(B) = 0,5 + 0,25 = 0,75$.
L'événement contraire de A est $\overline{A}$: "ne pas obtenir une carte rouge" et : $P(\overline{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$.

3 Construire et utiliser un arbre de probabilité

Méthode
Pour représenter une expérience aléatoire comportant deux épreuves, on peut construire un arbre de probabilité.

Règles
- La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.
- La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées sur les branches empruntées par ce chemin.

Exemple
Une urne contient deux boules blanches et trois boules rouges. On tire une première boule puis une deuxième, sans remettre la première.
On obtient l'arbre de probabilité ci-contre.
La probabilité de tirer deux boules blanches est égale à $\dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{10}$.