

CHAPITRE 10 : Proportionnalité

1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité.

Méthode

- On peut représenter une situation de proportionnalité dans un tableau appelé tableau de proportionnalité.
- Pour reconnaître un tableau de proportionnalité on peut calculer les quotients des nombres de la deuxième ligne par les nombres correspondant de la première ligne.
- Dans une situation de proportionnalité, les quotients sont égaux et le nombre obtenu est appelé coefficient de proportionnalité.

Exemples

❶ On a relevé dans le tableau ci-dessous la consommation, en fonction du temps, d'un robinet mal fermé :

Temps écoulé (en jours)	1	7	365
Quantité d'eau (en L)	0,432	3,024	157,68

On calcule les quotients :

Les quotients donc le tableau est
..... coefficient de proportionnalité.

❷ Angélique et Claire achètent du jus d'orange. On récapitule les prix payés dans le tableau ci-dessous :

Jus d'orange (en L)	6	4
Prix à payer (en €)	9,12	6,48

On calcule les quotients :

Les quotients donc le tableau est
..... coefficient de proportionnalité.

2 Calculer une quatrième proportionnelle

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, lorsque l'on ne connaît que trois valeurs, on peut calculer la quatrième valeur, appelée quatrième proportionnelle.

Méthodes

- Pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut utiliser le coefficient de proportionnalité pour passer d'une ligne à l'autre.
- Pour obtenir les nombres d'une colonne dans un tableau de proportionnalité on peut : multiplier ou diviser les nombres d'une autre colonne par un même nombre ; additionner ou soustraire les nombres de deux autres colonnes.
- On peut enfin utiliser la "règle de trois" : on multiplie les nombres des cases en diagonale et on divise par le troisième nombre, afin d'obtenir le quatrième nombre.

Exemples

❶ Marie fait le plein d'essence de son scooter et construit le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Quantité d'essence (en L)	1	5,5	
Prix à payer (en €)	1,22		5

Compléter le tableau à l'aide du coefficient de proportionnalité.

❷ Une recette de pâte à crêpes indique qu'il faut 300g de farine pour cuisiner 12 crêpes. La quantité de farine est proportionnelle au nombre de crêpes à cuisiner.

Compléter le tableau ci-dessous en utilisant une division pour 4 crêpes et une addition pour 16 crêpes .

Nombre de crêpes	12	4	16
Quantité de farine (en g)	300		

❸ Clara a acheté 3 cahiers pour 4,05 €. Emma a besoin de 7 cahiers.

Calculer combien devra payer Emma à l'aide d'un tableau puis en utilisant une règle de trois.

3 Appliquer et calculer un pourcentage

Règle

Calculer $t\%$ d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Remarques

- Un pourcentage exprime une proportion par rapport à 100. Il peut s'écrire sous plusieurs forme : pourcentage ; écriture fractionnaire ou écriture décimale.
- Pour calculer un pourcentage, on peut exprimer une proportion de dénominateur 100 ou utiliser un tableau de proportionnalité.

Exemples

Alexandre a obtenu une baisse de 58 € sur un appareil photo affiché à 145 €.

❶ Avec une proportion de dénominateur 100, calculer le pourcentage de réduction.

❷ Avec un tableau de proportionnalité, calculer le pourcentage de réduction.

4 Utiliser une échelle

Définition

Sur un plan à l'échelle, les distances sont proportionnelles aux distances en réalité. L'échelle est le coefficient de proportionnalité.

Elle est égale au rapport : $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance en realite}}$, où les deux distances sont exprimées dans la même unité.

Exemple

La distance à vol d'oiseau entre Bordeaux et Pau sur une carte d'échelle $\frac{1}{250\,000}$ est de 86 cm.

On utilise un tableau de proportionnalité :

Distances sur le plan (en cm)	1	86
Distances en réalité (en cm)	250 000	d

La distance en Bordeaux et Pau est donc égale à : $d = \frac{250\,000 \times 86}{1} = 21\,500\,000 \text{ cm} = 215 \text{ km}$.