CHAPITRE 14 : Fonctions trigonométriques

1 Étude de la fonction sinus

Propriétés (connues)

— La fonction sinus est impaire : pour tout réel x, $sin(-x) = -sin(x)$.

— La fonction sinus est périodique de période 2π : pour tout réel x, $sin(x + 2\pi) = sin(x)$.

Propriétés (admises)

— La fonction sinus est continue sur $\mathbb{R}$.

— La fonction sinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x : $sin'(x) = cos(x)$.

Étude de la fonction sinus

Pour tout réel x, $sin'(x) = cos(x)$. Or $cos(x) \geqslant 0$ sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ et $cos(x) \leqslant 0$ sur $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

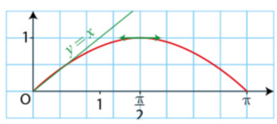
Donc la fonction sinus est croissante sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ et décroissante sur $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

Une équation de sa tangente en l'origine est : $y = x$.

Tableau de variations sur $[0 ; \pi]$

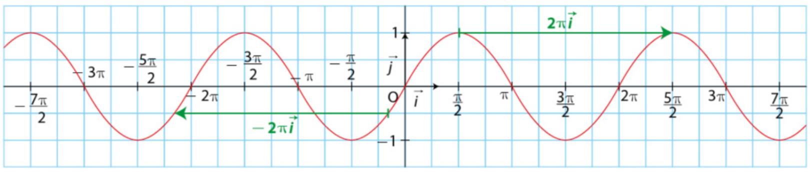
x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$\sin'(x)$		$+$	0	$-$	
$\sin(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Courbe représentative sur $[0 ; \pi]$



Courbe représentative de la fonction sinus

La parité de la fonction sinus permet de tracer sa courbe sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$. Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, d'après la périodicité de la fonction sinus, les translations de vecteurs $-2\pi\,\vec{i}$, $2\pi\,\vec{i}$, ... permettent de tracer la courbe sur les intervalles $[-3\pi; -\pi]$, $[\pi; 3\pi]$, ... La courbe de la fonction sinus est appelé une sinusoïde.



2 Étude de la fonction cosinus

Propriétés (connues)

— La fonction cosinus est paire : pour tout réel x, $cos(-x) = cos(x)$.

— La fonction cosinus est périodique de période 2π : pour tout réel x, $cos(x + 2\pi) = cos(x)$.

Propriétés (admises)

— La fonction cosinus est continue sur $\mathbb{R}$.

— La fonction cosinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x : $cos'(x) = -sin(x)$.

Étude de la fonction sinus

Pour tout réel x, $cos'(x) = -sin(x)$.

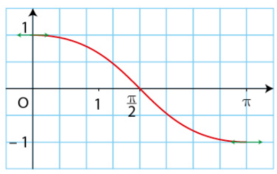
Or $sin(x) \geqslant 0$ sur $[0; \pi]$ donc $cos'(x) \leqslant 0$ sur $[0; \pi]$.

Ainsi la fonction cosinus est décroissante sur $[0; \pi]$.

Tableau de variations sur $[0 ; \pi]$

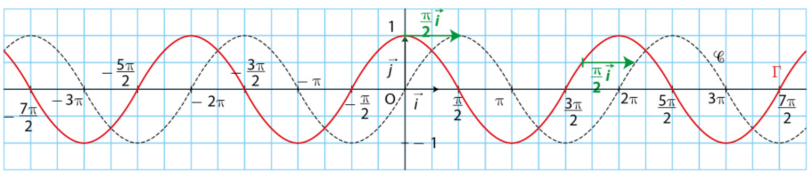
x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$\cos'(x)$	0		$-$		0
$\cos(x)$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1

Courbe représentative sur $[0 ; \pi]$



Courbe représentative de la fonction sinus

La parité de la fonction cosinus permet de tracer sa courbe sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$. Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, d'après la périodicité de la fonction cosinus, les translations de vecteurs $-2\pi\,\vec{i}$, $2\pi\,\vec{i}$, ... permettent de tracer la courbe sur les intervalles $[-3\pi; -\pi]$, $[\pi; 3\pi]$, ...



La courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction sinus se déduit de celle de Γ de la fonction cosinus, par la translation de vecteur $\frac{\pi}{2}\vec{i}$. La courbe de la fonction sinus est appelé une sinusoïde.