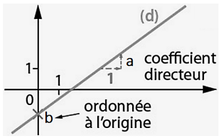
CHAPITRE 14 : Fonctions affines et linéaires

1 Fonctions affines

1.1 Reconnaître et utiliser une fonction affine

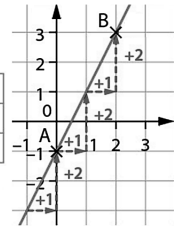
Définition
Soient a et b deux nombres. Une fonction affine est une fonction qui, à tout nombre x, associe le nombre $ax+b$.
On notera f cette fonction telle que $f : x \mapsto ax+b$ ou $f(x) = ax+b$.

Propriété
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite (d).
Le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite (d).
Le nombre b est appelé ordonnée à l'origine de la droite (d).



Exemple
La fonction $f : x \mapsto 2x-1$ est une fonction affine car $f(x) = ax+b$ où $a = 2$ et $b = -1$.
Comme la représentation graphique d'une fonction affine est une droite, il suffit donc d'en déterminer deux points pour la tracer. On choisit pour cela deux valeurs de x et on calcule leurs images. On obtient le tableau de valeurs et et le graphique ci-contre.

x	0	2
$f(x)$	–1	3
Nom du point	A	B



1.2 Déterminer les coefficients d'une fonction affine

Propriété
Soient a et b deux nombres et f une fonction affine telle que $f : x \mapsto ax+b$.
Pour deux nombres x_1 et x_2 (avec $x_1 \neq x_2$), le coefficient directeur a est égal à : $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Exemple
On veut déterminer les coefficients de la fonction affine f telle que $f(2) = 4$ et $f(4) = 10$.
f est affine donc $f(x) = ax+b$ avec : $a = \dfrac{f(4)-f(2)}{4-2} = \dfrac{10-4}{4-2} = \dfrac{6}{2} = 3$. Donc $f(x) = 3x+b$.
Il reste à déterminer la valeur de b. Pour cela, on utilise l'un des deux poins connus. Comme $f(2) = 4$ alors $3 \times 2 + b = 4$.
Donc $6+b = 4$ donc $b = -2$. Ainsi $f(x) = 3x-2$.

2 Fonctions linéaires

2.1 Reconnaître et utiliser une fonction linéaire

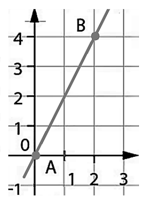
Définition
Soit a un nombre. La fonction linéaire de coefficient a est la fonction qui, à tout nombre x, associe le nombre ax.
On notera f cette fonction telle que $f : x \mapsto ax$ ou $f(x) = ax$.

Remarque
Une fonction linéaire est un cas particulier d'une fonction affine où $b = 0$.

Propriété
La représentation graphique d'une fonction linéaire de coefficient a est une droite (d) passant par l'origine du repère.
Le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite (d).

Exemple
La fonction $f : x \mapsto 2x$ est une fonction linéaire car $f(x) = ax$ où $a = 2$.
Comme la représentation graphique d'une fonction linéaire de coefficient a est une droite (d) passant par l'origine du repère alors il suffit de déterminer un seul autre point pour pouvoir la tracer. On obtient le tableau de valeurs et et le graphique ci-contre.

x	0	2
$f(x)$	0	4
Nom du point	A	B



2.2 Modéliser une situation de proportionnalité

Propriété
Une situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité a peut être traduite par une fonction linéaire de coefficient a.

Exemple
Une voiture roule à une vitesse constante de 90 km/h.
Si $d(t)$ représente la distance parcourue (en km) pendant le temps t (en heures), on a alors le tableau de proportionnalité ci-contre.
La distance $d(t)$ est donc proportionnelle au temps t. On a ainsi $d(t) = 90t$. La fonction d est la fonction linéaire de coefficient 90.

t (en heures)	0	1	1,5	2
$d(t)$ (en km)	0	90	135	180