BREVET BLANC DE MATHÉMATIQUES CORRECTION

Exercice 1 — 15 points

(6 pts) Affirmation 1 :
D'une part : $97^2 = (100-3)^2 = 100^2 + 3^2 - 2 \times 100 \times 3 = 10000 + 9 - 600 = 9409$.
D'autre part : $65^2 + 72^2 = 4225 + 5184 = 9409$.
Donc $9403 = 4225 + 5180$ soit $BC^2 = BA^2 + AC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

(6 pts) Affirmation 2 :
Le triangle ACH est rectangle en H. D'après la trigonométrie : $\cos\left(\widehat{CAH}\right) = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{5}{6}$.
Ainsi d'après la calculatrice : $\widehat{CAH} = arccos\left(\dfrac{5}{6}\right) \simeq 33,6°$.

(3 pts) Affirmation 3 :
Il y a 8 volets. Il faut trois couches sur chacun d'eux et pour chaque couche il utilise $\dfrac{1}{6}$ de pot. il lui faut donc :
$8 \times 3 \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{24}{6} = 4$ pots de peinture.

Exercice 2 — 16 points

1. **(3 pts)** En applicant le programme avec -1 on obtient : $2 \times (-1 \times 4 + 8) = 2 \times 4 = 8$.
2. **(3 pts)** En applicant le programme avec $\dfrac{7}{3}$ on obtient : $2 \times \left(\dfrac{7}{3} \times 4 + 8\right) = 2 \times \left(\dfrac{28}{3} + 8\right) = 2 \times \dfrac{52}{3} = \dfrac{104}{3}$.
3. **(5 pts)** $A = 2(4x+8) = 2 \times 4x + 2 \times 8 = 8x + 16$.
$B = (4+x)^2 - x^2 = (4+x)(4+x) - x^2 = 16 + 4x + 4x + x^2 - x^2 = 16 + 8x$.
D'où $A = B$.
4. **(2 pts) Affirmation 1 :**
Si $x = -3$, le programme est égal à : $2(4 \times (-3) + 8) = 2(-12 + 8) = 2 \times (-4) = -8 < 0$. FAUX.
(3 pts) Affirmation 2 :
Avec l'expression de A, on a : $A = 2(4x+8) = 2 \times 4 \times (x+2) = 8(x+2)$. Les résultats sont donc multiples de 8. VRAI.

Exercice 3 — 16 points

1. **(2 pts)** Le temps du vainqueur de la finale en 2016 est de 9,81 s (c'est le temps le plus petit).
2. **(2 pts)** L'étendue des temps en 2016 est égale à : $10,06 - 9,81 = 0,25$.
3. **(3 pts)** La moyenne des huit temps en 2016 est égale à :
$\dfrac{10,04 + 9,96 + 9,81 + 9,91 + 10,06 + 9,89 + 9,93 + 9,94}{8} = \dfrac{79,54}{8} = 9,9425$ s.
Or celle des temps en 2012 est égale à 10,01 s.
La moyenne des temps est la plus petite en 2016 car $9,9425 < 10,01$.
4. **(3 pts)** Le meilleur temps en 2012 est le temps le plus long moins l'étendue des temps :
$11,99 - 2,36 = 9,63$ s. Le meilleur temps a donc été réalisé en 2012.
5. **(3 pts)** En 2012, la médiane était de 9,84 s, donc 4 coureurs ont fait un temps inférieur ou égal à 9,84 s donc inférieur à 10 s : l'affirmation est fausse.
6. **(3 pts)** En 2016, 6 athlètes ont couru en moins de 10 s, donc en 2012 il y en a eu au moins 7, mais pas 8 car le plus lent a couru en 11,99 s.
Donc dans la finale de 2012, 7 coureurs ont couru en moins de 10 s.

Exercice 4 — 15 points

1. **(3 pts)** On a : $102 = 90 + 12 = 3 \times 30 + 3 \times 4 = 3 \times (30 + 4) = 3 \times 34$. Donc 102 est bien divisible par 3.
2. **(3 pts)** D'après ce qui précède : $102 = 3 \times 34 = 3 \times 2 \times 17 = 2 \times 3 \times 17$.
3. **(3 pts)** $2 \times 3 = 6$; $2 \times 17 = 34$; $3 \times 17 = 51$ sont trois diviseurs de 102 non premiers.
4. **(3 pts)** Si toute la feuille est utilisée c'est que la longueur et la largeur sont des multiples des côtés du carré. Ces côtés ont donc une longueur c qui divise à la fois 102 et 85.
   Or 34 ne divise pas 85 (car 2 divise 34 mais ne divise pas 85). Les étiquettes ne peuvent pas faire 34 cm de côté.
5. **(3 pts)** Par contre 17 divise 85 ($85 = 5 \times 17$) et 17 divise 102 ($102 = 17 \times 6$). Les étiquettes rentrent 5 fois en largeur et 6 fois en longueur : il y en aura donc $5 \times 6 = 30$ par feuille.
   Remarque :
   On peut aussi utiliser les aires. Une étiquette a une aire de $17 \times 17 = 289$ et la feuille une aire de $85 \times 102 = 8670$. On pourra donc faire $8670 \div 289 = 30$ étiquettes dans une feuille.

Exercice 5 — 15 points

1. (a) **(4 pts)** $A = \dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{5} \times \dfrac{7}{4} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{7}{20} = \dfrac{12}{20} - \dfrac{7}{20} = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$.

   (b) **(5 pts)** $\mathrm{B} = \dfrac{16 \times 10^{-1} \times 2}{\left(10^3\right)^2 \times 10^{-8} \times 80} = \dfrac{32 \times 10^{-1}}{10^6 \times 10^{-8} \times 80} = \dfrac{32 \times 10^{-1}}{10^{-2} \times 8 \times 10} = \dfrac{32 \times 10^{-1}}{10^{-1} \times 8} = \dfrac{32}{8} = 4$.

   (c) **(2 pts)** On a $A = \dfrac{1}{4}$ et $B = 4$. Donc A est l'inverse de B et non l'opposé car $\dfrac{1}{A} = \dfrac{1}{\frac{1}{4}} = 4 = B$.

2. **(4 pts)** $C = -3 \times [\,12 \times 2 - (3 - 2 - 5)\,] = -3 \times [\,24 - (-4)\,] = -3 \times (24 + 4) = -3 \times 28 = -84$.

Exercice 6 — 13 points

1. **(7 pts)** Les points A, F, D et A, G, E sont alignés dans le même ordre. On a :
   $\dfrac{AG}{AE} = \dfrac{1,5}{4,2} = \dfrac{15}{42}$ et $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{2,5}{7} = \dfrac{15}{42}$.
   $\dfrac{AG}{AE} = \dfrac{AF}{AD}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (DE) sont parallèles.
2. **(6 pts)** Le triangle ADE est rectangle en E. D'après le théorème de Pythagore : $AD^2 = AE^2 + DE^2$.
   Ainsi : $DE^2 = AD^2 - AE^2 = 7^2 - 4,2^2 = 49 - 17,64 = 31,36$.
   D'où $DE = \sqrt{31,36} = 5,6$ cm.

Exercice 7 — 10 points

1. **(3 pts)** $\text{vitesse} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$ donc $\text{temps} = \dfrac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \dfrac{2,325}{15,5} = 0,15$ h soit 9 min (en multipliant par 60).
2. **(3 pts)** $\text{vitesse} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}} = \dfrac{4}{0,15} \simeq 26,66 \simeq 26,7$ km/h au dixième près.
3. **(4 pts)** La distance totale du trajet est de $2,325 + 4,65 + 4 = 10,975$ km.
   Ainsi, il faudra $10,975 \times 3,5 = 38,4125$ L de carburant au bateau pour effectuer ce trajet.
   Le coût total sera donc égal à : $38,4125 \times 1,10 = 42,25375 \simeq 42$ €, à l'euro près.