

Devoir Surveillé n°1 Correction

EXERCICE 1

10 points

1. **(3 pts)** $\left\{ \begin{array}{l} x - y = 10 \\ x \times y = -16 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 10 + y \\ x \times y = -16 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 10 + y \\ (10 + y) \times y = -16 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 10 + y \\ y^2 + 10y + 16 = 0 \end{array} \right.$
On calcule le discriminant : $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 16 = 100 - 64 = 36$ donc $y_1 = \frac{-10 - 6}{2} = -8$ et $y_2 = \frac{-10 + 6}{2} = -2$.
Ainsi : $x_1 = 10 - 8 = 2$ et $x_2 = 10 - 2 = 8$.
Les solutions de ce système sont donc : $S = \{(-8; 2); (8; -2)\}$
2. **(2 pts)** $(x - 3)^2 - 49 = (x - 3)^2 - 7^2 = (x - 3 - 7)(x - 3 + 7) = (x - 10)(x + 4)$.
3. **(2 pts)** On calcule le discriminant :
 $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 1 \times 20 = 81 - 80 = 1$ donc $x_1 = \frac{9 - 1}{2} = 4$ et $x_2 = \frac{9 + 1}{2} = 5$.
Ainsi : $x^2 - 9x + 20 = (x - 4)(x - 5)$.
4. **(2 pts)** On calcule tout d'abord le discriminant de $2x^2 - 3x + 2$: $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 2 = 9 - 16 = -7 < 0$.
Donc le polynôme de second degré $2x^2 - 3x + 2$ n'est pas factorisable et $(2x^2 - 3x + 2)^2 = 0$ n'a pas de solution.
Ainsi, les solutions de l'équation $(3x - 1)(2x^2 - 3x + 2)^2 = 0$ sont celles de $3x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$. D'où $S = \{\frac{1}{3}\}$.
5. **(1 pt)** $f(0) = 4 \times 0^2 + 7 \times 0 - 5 = -5 \neq 0$. Donc 0 n'est pas une racine de la fonction f .

EXERCICE 2

10 points

1. (a) **(2 pts)** x_1 et x_2 sont les racines de la fonction f . Ainsi, ce sont les solutions de $f(x) = 0$. Or, d'après le graphique, on observe que $f(4) = f(8) = 0$. Donc $x_1 = 4$ et $x_2 = 8$.
(b) **(1 pt)** Avec la question précédente, on a : $f(x) = a(x - 4)(x - 8)$. Comme $D(5; 1,80) \in \mathcal{C}$ alors :
 $f(5) = a(5 - 4)(5 - 8) = 1,80 \Rightarrow 1,80 = -3a \Rightarrow a = -0,6$.
(c) **(1 pt)** L'expression complète de la forme factorisée de la fonction f est : $f(x) = -0,6(x - 4)(x - 8)$.
2. **(1 pt)** On développe le résultat de la question précédente :
 $f(x) = -0,6(x - 4)(x - 8) = -0,6(x^2 - 8x - 4x + 32) = -0,6(x^2 - 12x + 32) = -0,6x^2 + 7,2x - 19,2$.
3. **(2 pts)** Avec les formules du cours, on a :
 $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{7,2}{-1,2} = 6$ et $\beta = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(7,2)^2 - 4 \times (-0,6) \times (-19,2)}{4 \times (-0,6)} = -\frac{5,76}{-2,4} = 2,4$.
Donc la forme canonique de f est : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = -0,6(x - 6)^2 + 2,4$.
4. En utilisant la forme la plus adaptée, déterminer :
(a) **(1 pt)** On utilise la forme développée : $f(7) = -0,6 \times 7^2 + 7,2 \times 7 - 19,2 = 1,8$ m.
La hauteur de l'arche lorsque $x = 7$ m est de 1,8 m.
(b) **(2 pts)** On utilise la forme canonique :
 $(x - 6)^2 \geq 0 \Rightarrow -0,6(x - 6)^2 \leq 0 \Rightarrow -0,6(x - 6)^2 + 2,4 \leq 2,4 \Rightarrow f(x) \leq 2,4$.
La hauteur maximale de l'arche est de 2,4 m.