

Devoir Surveillé n°3

EXERCICE 1

5 points

Un laboratoire a mis au point un alcootest. On sait 2 % des personnes contrôlées par la police sont en état d'ébriété. Les premiers essais ont conduit aux résultats suivants :

- Lorsqu'une personne est en état d'ébriété, 95 fois sur 100 l'alcootest est positif.
- Lorsqu'une personne n'est pas un état d'ébriété, 96 fois sur 100, l'alcootest est négatif.

On interroge une personne ayant participé aux essais. On note E : "la personne est en état d'ébriété" et T : "le test est positif".

1. Construire l'arbre de probabilité traduisant la situation décrite par l'énoncé.
2. Calculer la probabilité qu'une personne soit en état d'ébriété et que le test soit positif.
3. Montrer que $P(T) = 0,0582$.
4. En déduire la probabilité qu'une personne soit en état d'ébriété lorsque le test est positif.

EXERCICE 2

5 points

Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $(-x^2 + 10x + 5, 25)(4x^2 + 12x + 9) > 0$. Détailler soigneusement vos étapes de raisonnement ainsi que vos différents calculs.

EXERCICE 3

5 points

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$.

1. Déterminer la forme canonique de la fonction f .
2. Donner les coordonnées du sommet de la courbe représentative de la fonction f .
3. Construire le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .
4. Au vu de ce tableau, la représentation de la fonction f coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Justifier.

EXERCICE 4

5 points

Soit $ABCD$ un carré de côté m cm, où m est un nombre réel strictement positif. E , F , G et H sont des points appartenant aux côtés du carré tels que : $AE = BF = CG = DH = x$ (en cm). On admet que $EFGH$ est un carré. On note $f(x)$ l'aire de $EFGH$ en cm^2 .

1. À quel intervalle I appartient x ?
2. Montrer que pour tout $x \in I$, $f(x) = 2x^2 - 2mx + m^2$.
3. Démontrer que, pour $x \in I$ et pour tout nombre réel m strictement positif, l'aire de $EFGH$ sera toujours positive.
4. Pour quelle(s) valeur(s) de m a-t-on $f(2) = 4$? Justifier soigneusement.

