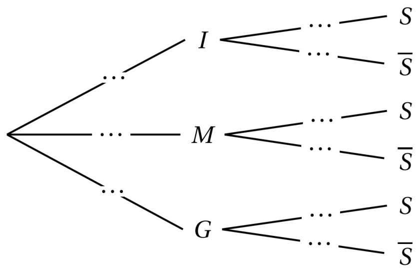
Devoir Surveillé n°5

Exercice 1 **8 points**

Une agence de marketing a étudié la satisfaction des clients concernant le service clientèle à l'occasion de l'achat d'un téléviseur. Ces achats ont été réalisés soit sur internet, soit dans une chaîne de magasins d'électroménager, soit dans une enseigne de grandes surfaces. Les achats sur internet représentent 60 % des ventes, les achats en magasin d'électroménager 30% des ventes et ceux en grandes surfaces 10 % des ventes.
Une enquête montre que la proportion des clients satisfaits du service clientèle est de : 75 % pour les clients sur internet ; 90 % pour les clients en magasin d'électroménager et 80 % pour les clients en grande surface.
On choisit au hasard un client ayant acheté le modèle de téléviseur concerné. On définit les évènements suivants : I : « le client a effectué son achat sur internet » ; M : « le client a effectué son achat en magasin d'électroménager » ; G : « le client a effectué son achat en grande surface » et S : « le client est satisfait du service clientèle ».



1. Compléter **sur le sujet** l'arbre ci-contre.
2. Calculer la probabilité que le client ait réalisé son achat sur internet et soit satisfait du service clientèle.
3. Démontrer que $P(S) = 0,8$.
4. Un client est satisfait du service clientèle. Quelle est la probabilité qu'il ait effectué son achat sur internet ? On donnera un résultat arrondi à 10^{-3} près.
5. Pour réaliser l'étude, l'agence doit contacter chaque jour 30 clients parmi les acheteurs du téléviseur. On suppose que le nombre de clients est suffisamment important pour assimiler le choix des 30 clients à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 30 clients, associe le nombre de clients satisfaits du service clientèle.
   (a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   (b) Déterminer la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'au moins 25 clients soient satisfaits dans un échantillon de 30 clients contactés sur une même journée.

Exercice 2 **8 points**

Une commune décide de remplacer le traditionnel feu d'artifice du 14 juillet par un spectacle de drones lumineux. Pour le pilotage des drones, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ dont l'unité est la centaine de mètres. La position de chaque drone est modélisée par un point et chaque drone est envoyé d'un point de départ D de coordonnées $(2\ ;\ 5\ ;\ 1)$. On souhaite former avec des drones des figures en les positionnant dans un même plan $\mathcal{P}$. Trois drones sont positionnés aux points $\mathrm{A}(-1\ ;\ -1\ ;\ 17)$; $\mathrm{B}(4\ ;\ -2\ ;\ 4)$ et $\mathrm{C}(1\ ;\ -3\ ;\ 7)$.

1. Justifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Dans la suite, on note $\mathcal{P}$ le plan (ABC) et on considère le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$.
   (a) Justifier que $\vec{n}$ est normal au plan (ABC).
   (b) Démontrer qu'une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est $2x - 3y + z - 18 = 0$.
3. Le pilote des drones décide d'envoyer un quatrième drone en prenant comme trajectoire la droite (d) de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix}$ et passant par D.
   (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d).
   (b) Déterminer la position relative de la droite (d) et du plan $\mathcal{P}$. Donner les coordonnées de leur éventuel point d'intersection E, s'il existe.

Exercice 3 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. ***Entourer la bonne réponse sur le sujet.***

1. On considère les suites (u_n) et (v_n) telles que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ et $v_n = 1 + \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$. On considère de plus une suite (w_n) qui, pour tout entier naturel n, vérifie $u_n \leq w_n \leq v_n$. On peut affirmer que :	la suite (w_n) est croissante	la suite (u_n) est minorée par 1	les suites (u_n) et (v_n) sont géométriques	la suite (w_n) converge vers 1
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-1}{2x^2-2x+1} =$	-1	$0,5$	0	$+\infty$
3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{x^2}$. La fonction dérivée de f définie sur $\mathbb{R}$ est :	$(1+2x^2)e^{x^2}$	$(1+2x)e^{x^2}$	$2xe^{x^2}$	$(2+x^2)e^{x^2}$
4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 17n + 20$. Alors :	la suite (u_n) est décroissante	un terme de (u_n) est égal à 2021	la limite de la suite est 35	la suite (u_n) est minorée