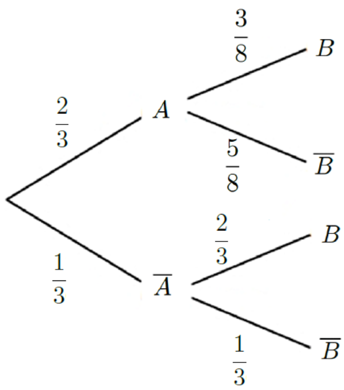
Devoir Surveillé n°2 Correction

Exercice 1 — 15 points

Partie A

1. **(1 pt)** Le dé est un dé à 6 faces bien équilibré, c'est donc une situation d'équiprobabilité. Il y a 4 faces dont la valeur est supérieure ou égale à 3. Ainsi, $P(A) = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.
2. **(1,5 pts)** $\Delta > 0 \iff b^2 - 4ac > 0 \iff b^2 > 4ac$. Or, a, b et c sont des nombres positifs et $c = 1$ donc : $b^2 > 4ac \iff b > 2\sqrt{a}$.
3. **(1,5 pts)** Comme $\overline{A}$ est réalisé, on sait que a a pour valeur 1 ou 2.
   Si $a = 1$: $b > 2\sqrt{a} \iff b > 2$ donc b doit avoir la valeur 3, 4, 5 ou 6.
   Si $a = 2$: $b > 2\sqrt{a} \iff b > 2\sqrt{2}$ et $2\sqrt{2} \simeq 2,83$ donc b doit avoir la valeur 3, 4, 5 ou 6.
   Ainsi, $P_{\overline{A}}(B) = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.
4. **(1 pt)** Voici l'arbre de probabilité complété :



5. **(1 pt)** Calculer $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{1}{4}$.
6. **(1,5 pts)** A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers car ce sont des événements contraires. D'après la formule des probabilités totales :
   $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{17}{36}$.
7. **(1 pt)** $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{17}{36}} = \dfrac{9}{17}$.

Partie B

1. **(1 pt)** D'après la question 3 de la partie A, comme $a = 2$ et $b > 2$ on sait que $\Delta > 0$. On a : $\Delta = 3^2 - 421 = 1$.
2. **(1,5 pts)** $\Delta > 0$ donc la fonction polynôme admet deux racines réelles distinctes :
   $x_1 = \dfrac{-3 - \sqrt{1}}{2 \times 2} = -1$ et $x_2 = \dfrac{-3 + \sqrt{1}}{2 \times 2} = -\dfrac{1}{2}$. D'où : $f(x) = 2(x+1)(x+\frac{1}{2})$.
3. **(1,5 pts)** On a $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{3}{2 \times 2} = -\dfrac{3}{4}$ et $\beta = -\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{1}{4 \times 2} = -\dfrac{1}{8}$. D'où la forme canonique de f : $f(x) = 2(x + \frac{3}{4})^2 - \frac{1}{8}$.
4. (a) **(1 pt)** $f(x) = 0 \iff 2(x+1)(x+\frac{1}{2}) = 0 \iff x + 1 = 0$ ou $x + \frac{1}{2} = 0 \iff x = -1$ ou $x = -\frac{1}{2}$. Ainsi $S = \{-\frac{1}{2}; -1\}$.

   (b) **(1,5 pts)** Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $(x + \frac{3}{4})^2 \geqslant 0 \iff 2(x + \frac{3}{4})^2 \geqslant 0 \iff f(x) \geqslant -\dfrac{1}{8}$.

Exercice 2 — 5 points

1. **(1 pt)** Une solution du système est $(3; -7)$: $3 + (-7) = 4$ et $3 \times (-7) = -21$: RÉPONSE C.
2. **(1 pt)** $144(x - \frac{13}{24})^2 = 144(x^2 + \frac{13x}{12} + \frac{169}{576}) = 144x^2 - 156x + 42,25$: RÉPONSE D.
3. **(1 pt)** $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{2}{3} \times \frac{1}{6}}{\frac{2}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}} = \dfrac{\frac{1}{9}}{\frac{13}{36}} = \dfrac{4}{13}$: RÉPONSE A.
4. **(1 pt)** $P_{\overline{B}}(A) = \dfrac{40}{45} = \dfrac{8}{9}$: RÉPONSE C.
5. **(1 pt)** $P(\overline{A} \cap B) = \dfrac{25}{80} = \dfrac{5}{16}$: RÉPONSE D.