

Devoir Surveillé n°6

EXERCICE 1

6 points

On admet que les fonctions suivantes sont définies et dérivables sur l'intervalle donné. Calculer leurs dérivées, et les simplifier au maximum (réduire, mettre au même dénominateur, etc).

1. $k(x) = 6x^{13}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2. $f(x) = 3x\sqrt{5x+10}$ pour tout $x \in]-2; +\infty[$.
3. $g(x) = 5x^2 - \frac{3}{x}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.
4. $h(x) = -4x^4 + 12x^2 + 8$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

EXERCICE 2

10 points

Sandrine vient de plonger dans la piscine municipale profonde de 3 m. Sa trajectoire sous l'eau peut être modélisée sur l'intervalle $[0, 8]$ par la fonction $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{2x + 2}$, où x désigne la distance horizontale, en m, et $f(x)$ la distance, en m, par rapport au fond de la piscine.

1. Quelle est la distance par rapport au fond de la piscine lorsque Sandrine a parcouru 6 m horizontalement ?
2. Déterminer la dérivée f' de f sur $[0; 8]$.
3. Déterminer les variations de f sur $[0; 8]$.
4. Pour quelle distance horizontale Sandrine est-elle à une distance minimale du fond de la piscine ? Donner les coordonnées du point atteint.
5. En déduire le signe de la fonction f sur l'intervalle $[0; 8]$.

EXERCICE 3

4 points

Martin a 15 euros dans sa tirelire en janvier 2018. Chaque mois il a 25 euros d'argent de poche, il dépense 20 euros et met le reste dans sa tirelire.

On note u_n la somme qu'il possède dans sa tirelire au bout de n mois et on a $u_0 = 15$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Pour tout entier naturel n , déterminer l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Conjecturer, à l'aide de la calculatrice, la limite de la suite (u_n) .