

## Devoir Surveillé n°7

**L'ensemble des résultats donnés devra être sous forme fractionnaire, simplifiée au maximum  
(la question 1a et la Partie C sont exemptés de cette consigne)**

Dans un atelier de confection de bijoux, deux boîtes contiennent des perles de deux couleurs :

- Boîte A : 4 perles bleues et 6 perles rouges.
- Boîte B : 2 perles bleues et 8 perles rouges.

### **PARTIE A**

1. Un artisan choisit au hasard, simultanément, 3 perles de la boîte A pour créer un bracelet.
  - (a) Calculer le nombre tirages possibles.
  - (b) Quelle est la probabilité que les 3 perles choisies soient toutes bleues ? Toutes rouges ?
  - (c) En déduire la probabilité que les 3 perles choisies soient de la même couleur.
2. Un autre artisan choisit au hasard, simultanément, 3 perles de la boîte B pour créer une bague. Montrer, en détaillant vos étapes, que la probabilité que les 3 perles choisies soient de la même couleur est égale à  $\frac{7}{15}$ .

### **PARTIE B**

Un troisième artisan lance une pièce équilibrée pour décider de la boîte à utiliser. Si la pièce tombe sur Pile, il choisit, simultanément, 3 perles de la boîte A et regarde si elles sont de la même couleur ; sinon, il choisit, simultanément, 3 perles de la boîte B et regarde si elles sont de la même couleur.

On notera  $F$  l'événement "choisir dans l'urne B" et  $C$  l'événement "3 perles de la même couleur".

3. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré de probabilités.
4. Montrer que la probabilité que les 3 perles choisies soient de la même couleur est égale à  $\frac{1}{3}$ .
5. Calculer la probabilité que l'on choisisse dans l'urne A, en sachant que les 3 perles choisies sont de la même couleur.

### **PARTIE C**

Le troisième artisan répète sa manipulation 5 fois de suite, dans les mêmes conditions. On suppose que les répétitions sont indépendantes. On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de fois où les 3 perles sont de la même couleur.

6. Déterminer la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire  $X$ . Justifier soigneusement.
7. Calculer, en détaillant vos étapes,  $P(X = 0)$ .
8. Calculer, à l'aide de la calculatrice,  $P(X \geq 1)$ .
9. Déterminer l'espérance, la variance et l'écart type de la variable aléatoire  $X$ .
10. En déduire la variance de la somme  $S_{30}$  ainsi que l'espérance de la moyenne  $M_{400}$ .