

Devoir Surveillé n°5 Correction

EXERCICE 1

5 points

1. La probabilité de l'événement $B \cap G$ est égale à :
(1 pt) (a) 0,2.
2. La probabilité de l'événement G est égale à :
(1 pt) (d) 0,4.
3. La probabilité de l'événement B sachant G est égale à :
(1 pt) (a) 0,5.
4. Le nombre dérivé de f en 3 est égal à :
(1 pt) (b) 1.
5. L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 3 est :
(1 pt) (c) $f(x)$.

EXERCICE 2

4 points

1. (1 pt) $v_1 = \frac{5^1}{1} = 5$ et $v_2 = \frac{5^2}{2} = 12,5$.
2. (3 pts) $v_{n+1} - v_n = \frac{5^{n+1}}{n+1} - \frac{5^n}{n} = \frac{5^{n+1} \times n - 5^n \times (n+1)}{n(n+1)} = \frac{5^n(5n - n - 1)}{n(n+1)} = \frac{5^n(4n - 1)}{n(n+1)}$.
Or $n \in \mathbb{N}^*$ donc $n(n+1) \geq 0$ et $5^n \geq 0$.
 $4n - 1 \geq 0 \Leftrightarrow n \geq \frac{1}{4}$. Comme $n \in \mathbb{N}^*$ alors $4n - 1 \geq 0$ et ainsi $v_{n+1} - v_n \geq 0$.
La suite (v_n) est croissante.

EXERCICE 3

7 points

1. (a) (2 pts) $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{9}{-10} = -0,9$ et $\beta = f(\alpha) = \frac{121}{20} = 6,05$ d'où la forme canonique de f :
 $f(x) = -5(x + 0,9)^2 + \frac{121}{20}$.
 $\Delta = (-9)^2 - 4 \times (-5) \times 2 = 121$ donc $x_1 = \frac{9+11}{-10} = -2$ et $x_2 = \frac{9-11}{-10} = \frac{1}{5}$ d'où la forme factorisée de f :
 $f(x) = -5(x+2)(x - \frac{1}{5})$.
- (b) (1 pt) On a un sommet de coordonnées $(-0,9; 6,05)$ et comme $a < 0$ alors f sera croissante puis décroissante d'où :

x	$-\infty$	$-\frac{9}{10}$	$+\infty$
$f(x)$		$\frac{121}{20}$	

- (c) (1 pt) On a $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{1}{5}$. De plus $a < 0$ donc f est du signe positif entre les racines, d'où :

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{5}$	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

2. (a) (1 pt) $u_{10} = f(10) = -5 \times 10^2 - 9 \times 10 + 2 = -588$.
 $u_{22} = f(22) = -5 \times 22^2 - 9 \times 22 + 2 = -2616$.
- (b) (1 pt) Comme la suite (u_n) est définie par $u_n = f(n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, et que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $] -0,9; +\infty[$, alors on en déduit que la suite (u_n) est décroissante pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- (c) (1 pt) On conjecture, à l'aide de la calculatrice, que la limite de la suite (u_n) est $-\infty$ (la suite serait ainsi divergente).

EXERCICE 4

4 points

1. (0,5 pt) La suite (u_n) semble être croissante.
2. (a) (1,5 pts) $v_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1} = 3u_{n+1} + 2 - u_{n+1} = 2u_{n+1} + 2 = 2(3u_n + 2) + 2 = 6u_n + 6 = 3(u_{n+1} - u_n) = 3v_n$.
(b) (1 pt) $v_0 = u_1 - u_0 = 3u_0 + 2 - 1 = 4$. La suite (v_n) sera donc positive pour tout $n \in \mathbb{N}$, car $v_{n+1} = 3v_n$.
(c) (1 pt) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \geq 0$. Or $v_n = u_{n+1} - u_n \geq 0$. Ainsi, on en déduit que la suite (u_n) est croissante.