Devoir Surveillé n°6 Correction

Exercice 1 — 6 points

1. **(1 pt)** $k'(x) = 6 \times 13 \times x^{12} = 78x^{12}$.
2. **(2 pts)** $f'(x) = 3 \times \sqrt{5x+10} + 3x \times \dfrac{5}{2\sqrt{5x+10}} = \dfrac{3\sqrt{5x+10} \times 2\sqrt{5x+10} + 15x}{2\sqrt{5x+10}} = \dfrac{6(5x+10)+15x}{2\sqrt{5x+10}} = \dfrac{45x+60}{2\sqrt{5x+10}}$.
3. **(1,5 pts)** $g'(x) = 5 \times 2x - \left(-\dfrac{3}{x^2}\right) = 10x + \dfrac{3}{x^2} = \dfrac{10x \times x^2 + 3}{x^2} = \dfrac{10x^3+3}{x^2}$.
4. **(1,5 pts)** $h'(x) = -4 \times 4x^3 + 12 \times 2x + 0 = -16x^3 + 24x = -8x(2x^2+3)$.

Exercice 2 — 10 points

1. **(1 pt)** $f(6) = \dfrac{6^2 - 2 \times 6 + 6}{2 \times 6 + 2} = \dfrac{30}{14} \simeq 2,14$.
   Sandrine se trouve à environ 2,14 m de profondeur après avoir parcouru 6 m horizontalement.
2. **(2 pts)** $f'(x) = \dfrac{(2x-2)\times(2x+2) - (x^2-2x+6)\times 2}{(2x+2)^2} = \dfrac{4x^2 - 4 - 2x^2 + 4x - 12}{(2x+2)^2} = \dfrac{2x^2+4x-16}{(2x+2)^2}$.
3. **(5 pts)** On résout $f'(x) = 0$. $(2x+2)^2 > 0$ sur $[0;8]$ donc f' est du signe de $2x^2+4x-16$.
   On a $\Delta = 144$ donc $x_1 = -4 \notin [0;8]$ et $x_2 = 2$.
   D'où le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0;8]$:

x	0		2		8
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3

4. **(1 pt)** En parcourant 2 m, Sandrine est à 1 m du fond de la piscine et c'est la distance minimale (changement de variations dans la tableau précédent). Le point atteint est de coordonnées $(2;1)$.
5. **(1 pt)** D'après le tableau de variations de f, on en déduit que f est positive sur l'intervalle $[0;8]$.

Exercice 3 — 4 points

1. **(1 pt)** $u_1 = 15 + 25 - 20 = 20$ et $u_2 = 20 + 25 - 20 = 25$.
2. **(1 pt)** D'après l'énoncé : $u_{n+1} = u_n + 25 - 20 = u_n + 5$.
3. **(1 pt)** $u_{n+1} - u_n = u_n + 5 - u_n = 5 > 0$.
   La suite (u_n) est donc croissante pour tout entier naturel n. Martin aura donc de plus en plus d'argent.
4. **(1 pt)** On conjecture, à l'aide de la calculatrice, que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.