

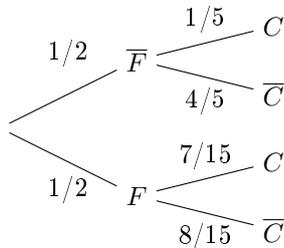
Devoir Surveillé n°7 Correction

PARTIE A

1. (a) **(1pt)** Le nombre de tirages possibles de 3 perles parmi 10 est : $\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$.
- (b) **(2pts)** La probabilité de tirer 3 perles bleues est : $P(3 \text{ bleues}) = \frac{\text{Nombre de tirages de 3 bleues}}{\text{Nombre total de tirages}} = \frac{\binom{4}{3}}{120} = \frac{1}{30}$.
- La probabilité de tirer 3 perles rouges est : $P(3 \text{ rouges}) = \frac{\text{Nombre de tirages de 3 rouges}}{\text{Nombre total de tirages}} = \frac{\binom{6}{3}}{120} = \frac{1}{6}$.
- (c) **(1pt)** La probabilité de tirer 3 perles de la même couleur est :
- $$P(3 \text{ même couleur}) = P(3 \text{ bleues}) + P(3 \text{ rouges}) = \frac{1}{30} + \frac{1}{6} = \frac{1}{5}.$$
2. **(2pts)** En suivant le raisonnement de la question 1, on obtient :
- $$P(3 \text{ même couleur}) = P(3 \text{ bleues}) + P(3 \text{ rouges}) = 0 + \frac{\binom{8}{3}}{120} = \frac{7}{15}.$$
- (il n'y a que 2 perles bleues dans la boîte B, il est donc impossible d'en tirer 3)

PARTIE B

3. **(2pts)** Voici l'arbre de probabilités :



4. **(2pts)** D'après la loi des probabilités totales : $P(C) = P(C \cap F) + P(C \cap \bar{F}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{15} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.
5. **(1pt)** $P_C(\bar{F}) = \frac{P(C \cap \bar{F})}{P(C)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{10}$.

PARTIE C

6. **(2pts)** On répète 5 fois de manière identique et indépendante une épreuve de Bernoulli, de succès "avoir 3 perles de la même couleur", de probabilité $p = \frac{1}{3}$. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès donc X suit une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{1}{3}$.
7. **(1pt)** $P(X = 0) = \binom{5}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{3}\right)^5 = \frac{5!}{0!(5-0)!} \times 1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243} \approx 0,1317$.
8. **(2pts)** $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{32}{243} = \frac{211}{243} \approx 0,8683$.
9. **(2pts)** Espérance : $E(X) = n \times p = 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \approx 1,67$.
- Variance : $V(X) = n \times p \times (1 - p) = 5 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9} \approx 1,11$.
- Écart type : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \frac{\sqrt{10}}{3} \approx 1,05$.
10. **(2pts)** $V(S_{30}) = 30 \times V(X) = 30 \times \frac{10}{9} = \frac{100}{3} \approx 33,33$.
- $E(M_{400}) = E(X) = \frac{5}{3} \approx 1,67$.