

Devoir Surveillé n°7 Correction

EXERCICE 1

6 points

1. **(0,5 pt)** $u_3 = 3 + 2 = 5$.
2. **(1 pt)** En partant du sommet, à chaque rangée, on ajoute 2 canettes.
Donc (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 2$ et de premier terme $u_1 = 1$. Ainsi : $u_{n+1} = u_n + 2$.
3. **(1 pt)** La raison de cette suite arithmétique est $r = 2 > 0$ donc la suite est croissante.
4. **(1 pt)** $u_n = u_1 + (n - 1) \times r = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$.
5. **(1 pt)** $u_n = 80 \iff 2n - 1 = 80 \iff 2n = 81 \iff n = 40,5$. Le 41^{ème} étage sera constitué de plus de 80 canettes.
6. **(1 pt)** Une pyramide de 50 étages est constituée de $u_{50} = 2 \times 50 - 1 = 99$ canettes.
7. **(0,5 pt)** La limite de la suite (u_n) semble être $+\infty$.

EXERCICE 2

8 points

1. **(1 pt)** $u_1 = 5000 \times 0,9 + 800 = 5300$ et $u_2 = 5300 \times 0,9 + 800 = 5570$.
2. **(1 pt)** $u_{n+1} = 0,9 \times u_n + 800$.
3. (a) **(2 pts)** $v_{n+1} = u_{n+1} - 8000 = 0,9 \times u_n + 800 - 8000 = 0,9 \times u_n - 7200 = 0,9(u_n - 8000) = 0,9v_n$.
Donc (v_n) est géométrique de raison $q = 0,9$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 8000 = 5000 - 8000 = -3000$.
(b) **(1 pt)** $v_n = -3000 \times 0,9^n$.
(c) **(1 pt)** $v_n = u_n - 8000$ donc $u_n = v_n + 8000 = -3000 \times 0,9^n + 8000$.
4. **(1 pt)** En 2040 (2019 + 21), $u_{21} = -3000 \times 0,9^{21} + 8000 \simeq 7671,74 \simeq 7671$ visiteurs auront le pass.
5. **(1 pt)** $-3000 \times 0,9^n + 8000 = 7950 \iff -3000 \times 0,9^n = -50 \iff 0,9^n \simeq 0,017 \iff n \simeq 38,86 \simeq 39$.
En 2019 + 39 = 2058, plus de 7950 visiteurs auront le pass.

EXERCICE 3

6 points

(2 pts) On détermine f' :

$$f'(x) = \frac{1 \times e^x - (x+2) \times e^x}{(e^x)^2} = \frac{1 - (x+2)}{e^x} = \frac{-x-1}{e^x}.$$

(2 pts) On étudie le signe de la dérivée.

$e^x > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc f' est du signe de $-x-1$. On résout $-x-1 = 0 \iff x = -1$.

(2 pts) On obtient donc le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	\nearrow e \searrow		