

EXERCICE 1

12 points

On considère la fonction f définie sur $] -\infty; -3[\cup] -3; +\infty[= \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ par $f(x) = \frac{2x+2}{x+3}$.

1. (a) On admet que $f'(x) = \frac{4}{(x+3)^2}$. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.
- (b) En déduire le tableau de variations de f sur $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.
- (c) En déduire que pour tout $x \in [0; 1]$, $f(x) \in [0; 1]$.
- (d) Résoudre dans l'intervalle $[0; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

Dans la suite du problème, on considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n)$, $n \in \mathbb{N}$.

2. (a) Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 1$.
- (b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.
- (c) Que peut-on alors en déduire concernant la convergence de cette suite?
- (d) Déterminer la limite l de la suite (u_n) .

EXERCICE 2

3 points

Voici ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty[$. $\mathcal{C}$ est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f(x)$	2	$\searrow$	$\nearrow +\infty$	$\searrow +\infty$	$\nearrow +\infty$
		-3		0	

Cocher, ci-dessous, sur l'énoncé, LA réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

Questions	Réponses
1. La droite d'équation :	☐ $x = 2$ est asymptote à $\mathcal{C}$ ☐ $x = 1$ est asymptote à $\mathcal{C}$ ☐ $y = -3$ est asymptote à $\mathcal{C}$
2. On a :	☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = -\infty$ ☐ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)} = 0$ ☐ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{f(x)} = 0$
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{f(x)}$ est égale à :	☐ 0 ☐ $-\infty$ ☐ e^2

EXERCICE 3

5 points

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $] -\infty; -1[\cup] -1; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x^2+2}{x+1}$.

1. Étudier la limite de la fonction g en $-\infty$; $+\infty$ et en -1 .
2. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
3. Calculer $g(1)$ et $g(-2)$.
4. En vous aidant des questions précédentes, construire une esquisse de la courbe de la fonction g . Tracer également la ou les différentes asymptotes.