PROGRAMME ET ENJEUX POSSIBLES

Les thématiques du programme de terminale	Des enjeux possibles
Algèbre et géométrie • Combinaisons et dénombrements : manipuler quelques notions ensemblistes ; dénombrer quelques objets élémentaires • Vecteurs, droites et plans de l'espace : développer la vision dans l'espace • Orthogonalité et distances dans l'espace : combiner les outils algébriques et vision de l'espace autour de l'orthogonalité • Représentations paramétriques et équations cartésiennes : lien entre la géométrie dans l'espace et les calculs algébriques dans $\mathbb{R}^3$	• Le raisonnement par récurrence (Pascal) • Mathématiques discrètes et le développement de l'informatique et l'IA • Le déplacement dans l'espace • Propriétés d'un cristal • La couleur
Analyse • Limites des suites et fonctions • Compléments sur la dérivation • Continuité des fonctions d'une variable réelle • Fonction logarithme • Fonctions sinus et cosinus • Primitives et équations différentielles • Calcul intégral	• Etude des phénomènes issus d'autres disciplines • Modélisation et calcul • Dialogue discret-continu • Modèles d'évolution (exponentielle …) • Vision globale de la biodiversité • Phénomènes économiques (accélération, ralentissement, répartition et inégalités des revenus …)
Probabilités • Succession d'épreuves indépendantes, schéma de Bernoulli • Somme de variables aléatoires • Concentration, loi des grands nombres	• Méthodes statistiques en sociologie • Construire et interpréter des sondages • Tests médicaux • Variations climatiques passées • Probabilités et événements catastrophiques

EXEMPLES DE SUJETS

Chute d'un corps (Maths – Physique)

- *En quoi les primitives sont utiles pour modéliser la chute d'un corps ?*

Calcul approché de la valeur d'une intégrale (Maths – NSI)

- *Quels sont les avantages et les inconvénients des différents algorithmes de calcul d'une valeur approchée d'une intégrale ?*

L'ADN et le codage génétique A-G-C-T (Maths – SVT)

- *Comment, à l'aide du dénombrement, on peut appréhender la diversité de l'information génétique ?*

Cristallographie – Empilement de sphères (Maths – SVT)

- *Comment les différents réseaux cristallins organisent la matière ?*

Le codage des couleurs en informatique (Maths – Physique – NSI)

- *En quoi la géométrie dans l'espace permet-elle de modéliser le codage RVB des couleurs en informatique ?*

Cryptographie (Maths – NSI)

- *Comment l'informatique et la puissance des calculateurs permet-elle de crypter (et décrypter) des informations ?*

Suites et modélisation (Maths – SVT)

- *Comment les suites permettent de modéliser l'évolution d'un système proie-prédateur ?*

Test de dépistage d'une maladie (Maths -SVT)

- *Dans quelles mesures, les probabilités conditionnelles (formule de Bayes) permettent-elles de prendre conscience des limites de l'interprétation des résultats d'un test de dépistage ?*

Microéconomie (Maths – SES)

- *En quoi la notion de convexité permet-elle d'optimiser certains marchés économiques ?*

Les sondages (Maths – SES)

- *Comment améliorer la présentation du résultat d'un sondage à l'aide d'un intervalle de confiance ?*

Les femmes et les mathématiques (Maths – Histoire)

- *En quoi la reconnaissance des femmes en sciences a évolué au cours des siècles ?*
- *La visibilité des femmes scientifiques au XXIe s : quelles problématiques demeurent ?*

Les notations mathématiques (Maths – Histoire)

- *En quoi l'apparition de nouveaux symboles (∞, signe =, Σ, $\int$, le 0, etc.) ont permis de faire avancer les mathématiques ?*

La notion d'infini (Maths – HLP)

- *Comment les philosophes et les mathématiciens ont-ils appréhendé le concept de l'infini au cours de l'histoire ?*

Le nombre π dans l'histoire d'Archimède à aujourd'hui (Maths – Histoire)

- *De quelles façons le nombre π est-il intervenu en mathématiques ?*
- *Le nombre π : est-ce plutôt une histoire de périmètre ou une histoire d'aire ?*

Échelles logarithmiques (Maths – Physique)

- *Échelle de Richter : en quoi les logarithmes sont utiles pour modéliser l'intensité des séismes ?*
- *Les décibels : en quoi les logarithmes sont utiles pour modéliser l'intensité sonore ?*

Chimie cinétique (Maths – Physique/Chimie)

- *Loi de Van't Hoff : comment les équations différentielles permettent de modéliser la vitesse d'une réaction chimique ?*

Loi de Hardy-Weinberg (Maths – SVT)

- *Comment peut-on montrer, grâce aux suites, que les fréquences des allèles restent constantes d'une génération à l'autre ?*

Loi de refroidissement de Newton (Maths – Physique)

- *Dans quelle mesure les équations différentielles permettent-elles de modéliser l'évolution de la température d'un corps ?*

Circuits RLC (Maths – Physique)

- *Comment les équations différentielles aident-elles à modéliser les circuits RC ?*

Évolution d'une population de bactéries (Maths – SVT)

- *En quoi les différents modèles utilisés pour modéliser une population de bactéries (ou autre) sont-ils limités ?*

Logique

- *Quelle est l'utilité des raisonnements en droit ?*
- *Le raisonnement par récurrence est-il nécessaire ?*

Probabilités

- *Comment savoir si un test médical est fiable ?*
- *Etude de la pertinence d'un vaccin.*
- *Peut-on parler de coïncidence pour les crashs d'avions ?*
- *Comment évaluer la qualité d'un test médical ?*
- *Correspondance de Fermat et Pascal.*
- *Quel est le meilleur système de vote ?*
- *Comment utiliser les probabilités au poker ?*

Fonctions (général)

- *Point d'inflexion : Etude du ralentissement de la croissance d'une épidémie.*
- *Comment les mathématiques permettent d'étudier la désintégration d'un noyau radioactif ?*
- *Comment les fonctions exponentielles modélisent des situations concrètes ?*
- *A quoi sert une échelle logarithmique (SVT, mathématiques) ?*
- *Optimisation : Quel est l'angle idéal pour lancer un objet ?*
- *Gamme de Pythagore : gamme tempérée avec des logarithmes.*
- *Comment modéliser un phénomène périodique ?*

Géométrie

- *Utilisation de la géométrie dans l'espace en architecture.*
- *Amélioration des surfaces dans un jeu vidéo (produit scalaire).*
- *Disposition des atomes dans une molécule. Quelle influence la structure a-t-elle sur les propriétés ?*
- *Géolocalisation sur un plan et dans l'espace (avec intersection sphère/plan).*
- *Comment minimiser un déplacement (dans l'espace : sphère, cube, …) ?*

Suites

- *Etude d'un système proie/prédateur.*
- *Nombre d'or.*

Equations différentielles

- *Etude de la chute d'un corps.*
- *Comment fonctionne une batterie à recharge rapide ?*

Transversal

- *Quels outils mathématiques permettent de modéliser une évolution économique ?*
- *Etude de notre population en 2050.*
- *Comment fonctionne un casque anti-bruit ?*
- *Outils pour comprendre la pandémie : probabilités, suites, convexité, R_0, croissance exponentielle*
- *Etudier l'amortissement quand on emprunte de l'argent.*
- *Comment sont modélisé les nombres en informatique ?*
- *Les approximations.*
- *Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ?*
- *Termes utilisés par les journalistes pendant la crise du covid : sont-ils corrects ? Comment les expliquer ?*
- *Les mathématiques dans une photographie numérique.*
- *Traitement d'images : statistiques (point moyen, optimisation) ; géométrie dans l'espace (document ressource STD2A)*
- *Charge et décharge d'une batterie.*

UN EXEMPLE : QUI A CONSTRUIT LES LOGARITHLES ?

Introduction :

Imaginons placer de l'argent dans une banque très généreuse qui propose un taux d'intérêt à 100 %. Malheureusement, nous n'avons pas beaucoup d'argent à y placer, nous déposons alors 1 euro. Chaque année cette fortune va doubler. Si nous cherchons en quelle année N nous pourrons acheter une voiture coûtant F €, nous utiliseront le logarithme de F : $N = log(F)$. Ce logarithme est alors en base 2 car f est multiplié par 2 tous les ans. On a alors : $2^x = a \Leftrightarrow x = log_2(a)$. On voit apparaître une idée très intéressante : $2 \times 16 = 32$ et $log_2(2) + log_2(16) = log_2(32)$. C'est l'idée fondatrice des logarithmes : la multiplication est remplacée par l'addition ce qui simplifie les calculs.

I Les babyloniens

Dans les tablettes babyloniennes : tables contenant les puissances successives d'un nombre donné. Une question posée par les babyloniens était la suivante : « à quelle puissance doit être élevé un certain nombre x pour obtenir un autre nombre donné a». Ces tables étaient utilisées pour résoudre des problèmes spécifiques (pas pour de la généralisation). Il y avait des trous importants dans ces tables que les babyloniens comblaient lorsque c'était nécessaire à l'aide d'une interpolation linéaire.

II La prostaphérèse

Au XVI^{eme} siècle : avec le développement des calculs astronomiques, on cherche à simplifier les produits de grands nombres. On utilise alors la formule : $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b))$ pour faire le lien entre addition et multiplication.

Exemple : pour multiplier 0,7 par 0,8 on lit dans une table que 0,7 est le cosinus de 45,5° environ et 0,8 est le cosinus de 37° environ. La somme vaut 82,5° et la différence vaut 8,5°. On lit dans une table que le cosinus de 82,5° est environ 0,130526 environ et que le cosinus de 8,5° est environ 0,989016. On calcule la moyenne et on trouve 0,559771 alors que le produit de 0,7 par 0,8 vaut 0,56. Pour multiplier des grands nombres, on ajuste la position de la virgule dans la réponse.

III Neper

John Napier (1550-1617) : Son idée était aussi de transformer les multiplications en additions et on lui doit deux inventions qui répondent à cette question : les os de Napier et les logarithmes. Il était connu que le produit de deux puissances d'un nombre s'exprime par la somme de ces puissances, l'idée de Napier est de généraliser ce résultat car la table des puissances entières d'un nombre ne permettait pas une interpolation correcte pour les calculs car il y avait des distance trop importantes entre deux termes.

L'idée de Napier a été de diviser le segment unité en 10^7 parties égales (pour avoir assez de chiffres significatifs pour les calculs qui l'intéressaient). Pour garder les termes d'une progression géométrique avec des puissances entières proches entre eux, il est nécessaire de choisir un réel proche de 1 : Napier a choisi $1 - 10^{-7}$. Alors les termes de la progression son proches, trop proches même. Pour compenser et évider les nombres décimaux, Napier a multiplié par 10^7. Cela donne $N = 10^7(1-10^{-7})^L$ où L est le logarithme de N. Alors le logarithme de 10^7 est 0 et le logarithme de $10^7(1-10^{-7})$ est 1.

Conclusion :

Le logarithme de Neper répond donc à une problématique ancienne tout en s'inspirant de la prostaphérèse : transformer un produit en somme. Cette idée a permis une avancée considérable en mathématiques car elle rend possible des calculs jusque-là inatteignables. Une ouverture est possible sur l'algorithmique par exemple.