

Interrogation n°2 Correction (Sujet A)

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de la suite (u_n) définie par $u_n = n^2 + 2n - 3$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. Déterminer la limite en $+\infty$ de la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{n-1}{n+3}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. Soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. On donne : $\frac{1}{2\sqrt{n+1}} \leq u_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}$. Déterminer la limite en $+\infty$ de (u_n) .
4. Soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$. On donne : $u_n \geq n^3 + 11$. Déterminer la limite en $+\infty$ de (u_n) .

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n = +\infty$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.
2. $u_n = \frac{n-1}{n+3} = \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 + \frac{3}{n}}$. Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n} = 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 + \frac{3}{n}} = \frac{1-0}{1+0} = 1$.
3. On sait que $\frac{1}{2\sqrt{n+1}} \leq u_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}$. De plus $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\sqrt{n+1}} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\sqrt{n}} = 0$. D'après le théorème des gendarmes : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
4. On sait que $u_n \geq n^3 + 11$. De plus $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 + 11 = +\infty$. D'après le théorème de comparaison : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

Interrogation n°2 Correction (Sujet B)

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de la suite (u_n) définie par $u_n = -n^2 - 2n - 3$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. Déterminer la limite en $+\infty$ de la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{2n+3}{n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
3. Soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. On donne : $-\frac{1}{n} + 3 \leq u_n \leq \frac{1}{n} + 3$. Déterminer la limite en $+\infty$ de (u_n) .
4. Soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$. On donne : $-n + 7 \geq u_n$. Déterminer la limite en $+\infty$ de (u_n) .

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} -n^2 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n = -\infty$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.
2. $u_n = \frac{2n+3}{n} = 2 + \frac{3}{n}$. Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n} = 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{3}{n} = 2 + 0 = 2$.
3. On sait que $-\frac{1}{n} + 3 \leq u_n \leq \frac{1}{n} + 3$. De plus $\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{1}{n} + 3 = 0 + 3 = 3$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} + 3 = 0 + 3 = 3$. D'après le théorème des gendarmes : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.
4. On sait que $-n + 7 \geq u_n$. De plus $\lim_{n \rightarrow +\infty} -n + 7 = -\infty$. D'après le théorème de comparaison : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

Barème (10 pts)

1. Limite normale : 0,5 pt justification + 0,5 pt résultat = 1 pt.
2. Limite "indéterminée" : 0,25 pt lever l'indétermination + 0,25 pt justification + 0,5 pt résultat = 1 pt.
3. Gendarmes : 1 pt encadrement + 1 pt justification + 1 pt Théorème + 1 pt résultat = 4 pts.
4. Comparaison : 1 pt encadrement + 1 pt justification + 1 pt Théorème + 1 pt résultat = 4 pts.