

Interrogation n°3 Correction (Sujet A)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x^2 + x + 2$. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer f' puis résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire le tableau de variations complet de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
4. Donner un encadrement de α à 10^{-2} près.

1. $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Ainsi on a :
 $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 \times 1 = -8 < 0$ donc il n'y a pas de solution à cette équation sur $\mathbb{R}$.
2. $f'(0) = 1 > 0$ donc f' est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. D'où le tableau de variations de f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

3. f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$. De plus : $-\infty < 0 < +\infty$. D'après le corollaire du TVI, il existe une unique solution α à l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$.
4. On a : $-0,82 < \alpha < -0,81$.

Interrogation n°3 Correction (Sujet B)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 - x^2 - x + 2$. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer f' puis résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire le tableau de variations complet de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
4. Donner un encadrement de α à 10^{-2} près.

1. $f'(x) = -3x^2 - 2x - 1$. Ainsi on a :
 $f'(x) = 0 \Rightarrow -3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \times (-3) \times (-1) = -8 < 0$ donc il n'y a pas de solution à cette équation sur $\mathbb{R}$.
2. $f'(0) = -1 < 0$ donc f' est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. D'où le tableau de variations de f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	-	
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$

3. f est continue et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. De plus : $+\infty > 0 > -\infty$. D'après le corollaire du TVI, il existe une unique solution α à l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$.
4. On a : $0,82 > \alpha > 0,81$.

Barème (/ 10 pts)

1. Dérivée 1 pt + Résolution équation 2 pts : 3 pts.
2. Tableau de variations : 2 pts.
3. TVI : 4 pts.
4. Encadrement de la solution : 1 pt.