RÉVISIONS BREVET CORRIGÉ

Exercice 1
Calcul numérique, algorithmique, équations

1. **a.** $x = 5$
   étape 1 $= 6 \times 5 = 30$
   étape 2 $= 30 + 10 = 40$
   résultat $= 40 : 2 = 20$
   dire « J'obtiens finalement 20 ».

   b. $x = 7$
   étape 1 $= 6 \times 7 = 42$
   étape 2 $= 42 + 10 = 52$
   résultat $= 52 : 2 = 26$
   dire « J'obtiens finalement 26 ».

2. Pour retrouver le nombre du départ il faut « remonter » l'algorithme, d'où
   résultat $= 8$ entraine que étape 2 $= 8 \times 2 = 16$
   étape 1 $= 16 - 10 = 6$
   $x = 1$
   Julie a choisi le nombre 1.

3. étape 1 $= 6 \times x = 6x$
   étape 2 $= 6x + 10$
   résultat $= (6x + 10) : 2 = \dfrac{6x + 10}{2} = \dfrac{2(3x + 5)}{2} = 3x + 5$, ou encore
   $= (6x + 10) : 2 = 6x : 2 + 10 : 2 = 3x + 5$.

4. Soit x le nombre choisi.
   Le programme de Maxime donne : $(x + 2) \times 5 = 5(x + 2) = 5x + 10$.
   On veut que $5x + 10 = 3x + 5$, d'où
   $5x - 3x + 10 = 3x - 3x + 5$
   $2x + 10 = 5$, puis
   $2x + 10 - 10 = 5 - 10$
   $2x = -5$, d'où $\dfrac{1}{2} \times 2x = -5 \times \dfrac{1}{2}$ et enfin
   $x = \dfrac{-5}{2} = \dfrac{-25}{10} = -2,5$.
   Si on choisit $\dfrac{-5}{2} = -2,5$, les deux programmes donnent le même résultat.

Exercice 2
Probabilités

1. On a $p(13) = \dfrac{1}{20}$.
2. Sur 20 boules, 10 portent un numéro pair, donc $p(\text{pair}) = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.
3. Entre 1 et 20 ces deux nombres compris, les multiples de 4 sont : 4, 8, 12, 16 et 20 : il y a en a donc 5.
   $p(\text{multiple de } 4) = \dfrac{5}{20} = \dfrac{5 \times 1}{5 \times 4} = \dfrac{1}{4}$.
   Les diviseurs de 4 sont : 1, 2, et 4. Donc $p(\text{diviseur de } 4) = \dfrac{3}{20}$.
   Comme $\dfrac{3}{20} < \dfrac{5}{20}$, la probabilité d'obtenir un multiple de 4 est plus grande que celle d'obtenir un diviseur de 4.
4. Les naturels premiers entre 1 et 20, sont :
   2, 3, 5, 7, 11 , 13 17, 19, soit 8 naturels. Donc
   $p(\text{premier}) = \dfrac{8}{20} = \dfrac{4\times}{4 \times 5} = \dfrac{2}{5}$.

Exercice 3
Proportionnalité et fonctions, calcul numérique

1. Si le tarif était proportionnel à la masse, la lettre de $100 = 5 \times 20$ (g) devrait être affranchie $5 \times 0,80 = 4$ €. Non, le tarif n'est pas proportionnel à la masse.
2. Il lui faut 1 enveloppe et 4 pages.
   - Une enveloppe a un poids de $\dfrac{175}{50} = \dfrac{350}{100} = 3,5$ g.
   - Une feuille a une aire de :

   $0,21 \times 0,297 = 0,06237$ m^2 et donc un poids de : $0,06237 \times 80 = 4,9896$.

   4 feuilles ont donc un poids de $4 \times 4,9896 = 19,9584$
   Masse totale d'un courrier (sans compter sur le poids du timbre !) :
   $3,5 + 19,9584 = 23,4584$ g. Il dépasse 20 g.
   Il doit donc payer 1,60 €.

Exercice 4
Pythagore, trigonométrie, Thalès

1. Le pylône est supposé vertical donc perpendiculaire à la chaussée ; le triangle ACD est donc rectangle en A et le théorème de Pythagore s'écrit :
   $\text{CD}^2 = \text{CA}^2 + \text{AD}^2 = 76^2 + 154^2 = 5776 + 23716 = 29492$.
   Donc $\text{CD} = \sqrt{29492} \approx 171,7 \approx 172$ (m) au mètre près.
2. On a $\tan\widehat{\text{CDA}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{AD}} = \dfrac{76}{154} = \dfrac{38}{77} \approx 0,493506$.
   La calculatrice donne $\widehat{\text{CDA}} \approx 26,2$ soit 26° au degré près.
3. On a $\text{AE} = \text{AC} - \text{EC} = 76 - 5 = 71$ (m).
   $\text{AF} = \text{AD} - \text{FD} = 154 - 12 = 142$ (m).
   Donc $\dfrac{\text{AE}}{\text{AC}} = \dfrac{71}{76}$ et $\dfrac{\text{AF}}{\text{AD}} = \dfrac{142}{154} = \dfrac{71}{77}$.
   Comme $\dfrac{71}{76} \neq \dfrac{71}{77}$, la réciproque de la propriété de Thalès n'est pas vraie donc les droites (ED) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 5
Statistiques

- Moyenne de bonbons dans les 500 paquets :
  $\dfrac{4 \times 56 + 36 \times 57 + 53 \times 58 + 79 \times 59 + 145 \times 60 + 82 \times 61 + 56 \times 62 + 38 \times 63 + 7 \times 64}{500} = 60,054$.
  On a bien : $59,9 < 60,054 < 60,1$: le premier critère est respecté.
- L'étendue est égale à $64 - 56 = 8 < 10$: le deuxième critère est respecté.

Exercice 6
Probabilités

1. Si on prélève un ticket au hasard dans un lot,
   a. 83 000 tickets sur 750 000 permettent de gagner 4 €. La probabilité de ce gain est donc égale à $\dfrac{83000}{750000} = \dfrac{83}{750} \approx 0,1106 \approx 0,111$ au millième.
   b. Il y a 532 173 tickets non gagnants, donc $750000 - 532173 = 217827$ gagnants.
   La probabilité d'obtenir un ticket gagnant est donc égale à $\dfrac{217827}{750000} \approx 0,2904$ soit 0,290 au millième.
   c. Il y a $5400 + 8120 + 400 + 15 + 2 = 13937$ tickets dont le « montant du gain » est supérieur ou égal à 10 €.
   La probabilité de tirer l'un de ces tickets est égale à $\dfrac{13937}{750000} \approx 0,0185 < 0,02$ soit moins de $0,02 = \dfrac{2}{100} = 2\,\%$.

Si Tom achetait tous les tickets il débourserait : $750000 \times 2 = 1500000$ €.
Il gagnerait alors :
$100000 \times 2 + 83000 \times 4 + 20860 \times 6 + 5400 \times 12 + 850 \times 20 + 400 \times 150 + 15 \times 1000 + 2 \times 15000 = 989960$ €.
Il aura alors perdu : $1500000 - 989960 = 660040$ €. Tom a donc tort.

Exercice 7
Calcul numérique, calcul littéral

1. On a successivement : $3 \to 3+1=4 \to 4^2=16 \to 16-3^2=16-9=7$.
2. **a.** • Avec 8 on obtient : $8 \to 9 \to 81 \to 81-64=17$. Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7.
   D'autre part $8+(8+1)=8+9=17$. le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.
   • Avec 13 on obtient $13 \to 14 \to 196 \to 196-169=27$. Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7.
   D'autre part $13+(13+1)=13+14=27$. le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.
   b. Pour l'affirmation 1, en partant de 4, on obtient :
   $4 \to 5 \to 25 \to 25-16=9$. Le chiffre des unités n'est pas 7. l'affirmation 1 n'est pas vraie quel que soit le nombre de départ.
   Pour l'affirmation 2. Soit x le nombre de départ, on obtient :
   $x \to (x+1) \to (x+1)^2 \to (x+1)^2-x^2 = x^2+2x+1-x^2 = 2x+1 = x+x+1 = x+(x+1)$: le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.
   L'affirmation 2 est vraie quel que soit le nombre choisi au départ.

Exercice 8
Pythagore, trigonométrie, Thalès

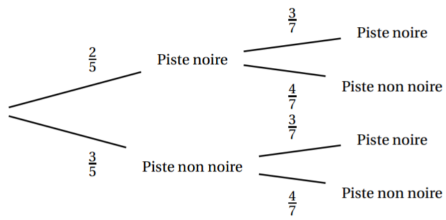
1. La droite (IJ) contient les milieux de deux côtés du triangle ABE : elle est donc parallèle au troisième côté, donc (IJ) et (BE) sont parallèles.
2. On a d'une part $AB^2+AE^2=6^2+8^2=36+64=100$, et d'autre part :
   $BE^2=10^2=100$.
   Donc $AB^2+AE^2=BE^2$, soit d'après la réciproque de Pythagore : ABE est un triangle rectangle en A.
3. On a dans le triangle rectangle en A, ABE :
   $\cos\widehat{AEB}=\dfrac{AE}{BE}=\dfrac{8}{10}=0,8$. La calculatrice donne $\widehat{AEB}\approx 36,8 \approx 37°$ au degré près.
4. **a.** $\widehat{IAJ}=90°$; l'angle droit intercepte un diamètre (l'angle inscrit a une mesure moitié de celle de l'angle au centre $\widehat{IOJ}$ si O est le centre du cercle ; donc $\widehat{IOJ}=180°$, donc [IJ] est un diamètre. Le centre du cercle (C) est le milieu du segment [IJ].
   b. D'après la première question on sait que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles ; de plus $IJ=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{10}{2}=5$. Or $IJ=2R=5$, (avec R rayon du cercle), d'où $R=2,5$.

Exercice 9
Proportionnalité et fonctions

1. **a.** Tarif 1 : $2\times 40,50=81$
   Tarif 2 : $31+2\times 32=31+64=95$.
   Pour deux journées de ski, le tarif le plus intéressant est le tarif 1 avec 81 €contre 95 €pour le tarif 2.
   b. Je cherche x tel que : Tarif 2 < Tarif 1
   $32x+31<40,5x$
   $32x-32x+31<40,5x-32x$
   $31<8,5x$
   $\dfrac{31}{8,5}<\dfrac{8,5x}{8,5}$
   $\dfrac{31}{8,5}<x$. Or $\dfrac{31}{8,5}\approx 3,6$. Le tarif 2 est plus intéressant que le tarif 1 à partir de 4 journées de ski.
2. **a.** Le prix payé est proportionnel au nombre de jours skiés avec le tarif 1 puisque le graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.
   b. Pour 6 jours de ski, la différence entre les deux tarifs est d'environ 20 €.
   $245-225=20$.
   c. Avec 275 €, Elliot peut skier 6 jours maximum avec le tarif 1 et 7 maximum avec le tarif 2.

Exercice 10
Probabilités

1. **a.** La probabilité que la piste empruntée soit une piste rouge est $\dfrac{2}{5}$.
   b. À partir du restaurant, la probabilité que Guilhem emprunte une piste bleue est $\dfrac{1}{7}$.
2. La probabilité que Guilhem enchaîne cette fois-ci deux pistes noires est :
   $\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{7}=\dfrac{2\times 3}{5\times 7}=\dfrac{6}{35}$.



Exercice 11
Solides, Pythagore

1. Le grand cône est un agrandissement du petit cône de coefficient
   $k=\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{60}{30}=2$, donc $SB=2SB'$ et $SB'=BB'=240$ cm.
   Par conséquent, $SB=2\times SB'=2\times 240=480$ cm.
2. Le triangle SOB est rectangle en O, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $SB^2=SO^2+OB^2$
   $480^2=SO^22+30^2$
   $230400=SO^2+900$
   $SO^2=230400-900$
   $SO^2=229500$
   $SO>0$, donc $SO=\sqrt{229500}$
   $SO\approx 479$ cm.
3. Je commence par exprimer le volume du grand cône :
   $V_{\text{grand cône}}=\dfrac{30^2\times\pi\times\sqrt{229500}}{3}\approx 451505\ \text{cm}^3$.
   Le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient $\dfrac{1}{2}$, son volume est donc :
   $V_{\text{petit cône}}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\times V_{\text{grand cône}}\approx 56438\ \text{cm}^3$.
   On en déduit le volume du manche à air :
   $V_{\text{manche à air}}=V_{\text{grand cône}}-V_{\text{petit cône}}\approx 451505-56438$, soit $V_{\text{manche à air}}\approx 395067\ \text{cm}^3$.

Exercice 12
Calcul littéral

1. Avec le programme A, on obtient :
   $2 \rightarrow 2 \times (-2) = -4 \rightarrow -4 + 13 = 9$.
2. Avec le programme B :
   - Méthode 1 : en partant du nombre x :
     $x \rightarrow x - 7 \rightarrow (x-7) \times 3 = 9$.
     Il faut résoudre l'équation :
     $3(x-7) = 9$ ou $3(x-7) = 3 \times 3$, soit $x - 7 = 3$ et enfin $x = 10$.
   - Méthode 2 : on peut « reculer » :
     $9 \rightarrow \dfrac{9}{3} = 3 \rightarrow 3 + 7 = 10$.

   Pour trouver le même résultat 9 avec le programme B il faut partir de 10.
3. Si on part de a avec le programme A,on obtient la suite :
   $a \rightarrow a \times (-2) = -2a \rightarrow -2a + 13 = 13 - 2a$.
   Si on part de a avec le programme B, on obtient la suite :
   $a \rightarrow a - 7 \rightarrow 3(a-7)$.
   Il faut donc résoudre l'équation :
   $13 - 2a = 3(a-7)$ soit $13 - 2a = 3a - 21$ ou $13 + 21 = 2a + 3a$ ou $34 = 5a$ ou $\dfrac{1}{5} \times 34 = \dfrac{1}{5} \times 5a$ et enfin $\dfrac{34}{5} = a = 6,8$.
   Dans les deux cas le résultat final est $-0,6$.
   Le nombre 6,8 donne avec les deux programmes le même résultat.

Exercice 13
Solides

On rappelle que le volume de la boule est donné par la formule : $\dfrac{4}{3} \times \pi \times rayon^3$.
Le pavé a pour base un carré de côtés $9 - 2 \times 0,2 = 8,6$ cm et de hauteur $21,7 - 1,7 = 20$ cm.
Le volume du vase est donc égal à :
$8,6 \times 8,6 \times 20 = 1\,479,2$ (cm^3).
Une bille a un volume de : $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 0,9^3 = 0,972\pi$, donc 150 billes occuperont un volume de $145,8\pi$.
Il restera $1\,479,2 - 145,8\pi \approx 1\,021,16$ (cm^3) soit plus de 1 dm^3 : Antoine pourra ajouter un litre d'eau colorée.

Exercice 14
Proportionnalité et fonctions, calcul littéral

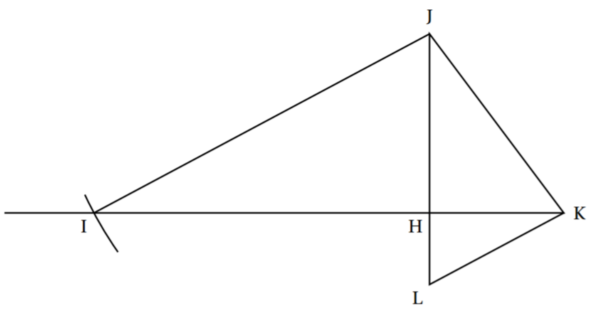
1. Retirer 30 % du prix c'est multiplier par $1 - \dfrac{30}{100} = \dfrac{100 - b30}{100} = \dfrac{70}{100} = 0,70$.
   L'article coûtant 54 € est soldé $54 \times 0,7 = 37,80$ €.
2. **a.** Il a inscrit en B2 : =B1*0,30.
   b. Il a inscrit en B3 : = B1 - B2.
3. Si x était le prix initial, on a :
   $x \times 0,7 = 42$ ou $7x = 420$ soit $x = 60$ (€).

Exercice 15
Fonctions

a. À une distance de 100 mètres de la tondeuse, le niveau de bruit est d'environ 45 décibels.

b. Le niveau de bruit est de 60 décibels à une distance de 35 mètres de la tondeuse.

Exercice 16
Pythagore, trigonométrie, transformation de figures

1. 

   On trace le triangle KJH connaissant les longueurs de ses trois côtés ; le cercle de centre J de rayon 6,8 coupe la droite (HK) en I.
2. Pour démontrer que les droites (IK) et (JH) sont perpendiculaires, les points I, H et K étant alignés, il suffit de montrer que le triangle JHK est un triangle rectangle en H.
   Dans le triangle JHK, [JK] est le plus grand côté.
   Je calcule séparément :
   D'une part : $JK^2 = 4^2 = 16$.
   D'autre part : $JH^2 + HK^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 10,24 + 5,76 = 16$
   Je constate que : $JK^2 = JH^2 + HK^2$.
   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JHK est rectangle en H.
   Les droites (IK) et (JH) sont donc perpendiculaires.
3. Les droites (IK) et (JH) étant perpendiculaires, IHJ est un triangle rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $IJ^2 = IH^2 + HJ^2$
   $6,8^2 = IH^2 + 3,2^2$
   $46,24 = IH^2 + 10,24$
   $IH^2 = 46,24 - 10,24$
   $IH^2 = 36$.
   IH est un nombre positif, donc IH $= \sqrt{36}$ cm
   IH = 6 cm
4. HJK est un triangle rectangle en H, on a donc : $\cos \widehat{HJK} = \dfrac{HJ}{JK} = \dfrac{3,2}{4} = 0,8$.
   D'où $\widehat{HJK} \approx 37$ °
5. Voir plus haut
6. Les triangles HIJ et HKL sont tels que :
   - (JL) et (IK) sont sécantes en H ;
   - (IJ) est parallèle à (KL).

   D'après le théorème de Thalès, on a :
   $\dfrac{HL}{HJ} = \dfrac{HK}{HI} = \dfrac{KL}{IJ}$.
   Or $\dfrac{HK}{HI} = \dfrac{2,4}{6} = 0,4$, donc
   $\dfrac{KL}{IJ} = 0,4$ ou encore
   $KL = 0,4 \times IJ$.

Exercice 17
Arithmétique

1. On a $\dfrac{2622}{19} = 138$, mais $\dfrac{2\,530}{19} \approx 133,2$.
Ce qui veut dire que l'on ne pas répartir les 2 530 poissons dans 19 paquets (il eh reste 3)
2. Le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser est un diviseur commun à 2 622 et à 2 530.
$$\frac{2622}{46} = 57 \text{ et } \frac{2530}{46} = 55$$
Dans chacun des 46 paquets il y aura 57 œufs et 55 poissons.

Exercice 18
Solides

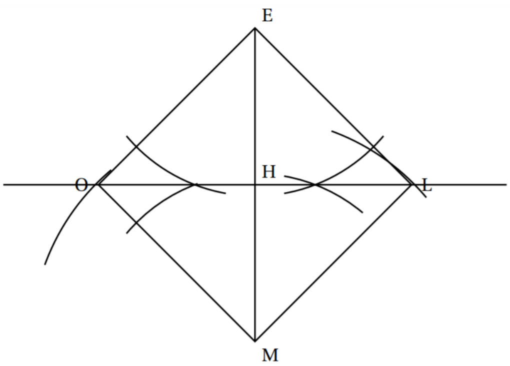
1. La base est un triangle rectangle isocèle de côtés mesurant 7,5 cm. L'aire de cette base est donc égale à $\dfrac{7,5 \times 7,5}{2}$.
La hauteur de la pyramide est égale à 15 cm, donc le volume de la pyramide est égal à :
$V_{\text{SABC}} = \dfrac{1}{3}\dfrac{7,5 \times 7,5}{2} \times 15 = 5 \times \dfrac{7,5 \times 7,5}{2} = 140,625 \text{ cm}^3$ soit environ 141 cm^3 au cm^3 près.
2. **a.** Le plan de coupe étant parallèle à la base de la pyramide la section S′MN est une réduction de la base qui est un triangle rectangle isocèle ; S′MN est donc lui aussi un triangle rectangle isocèle.
b. La pyramide SS′MN est une réduction de la pyramide SABC et le rapport de réduction est le rapport des hauteurs soit $\dfrac{\text{SS}'}{\text{SA}} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$.
On a donc $\text{S}'\text{N} = \dfrac{2}{5} \times \text{AC} = \dfrac{2}{5} \times 7,5 = 3$ cm.
3. Le volume de la petite pyramide SS′MN peut s'obtenir de deux façons :
— Avec les dimensions :
$V_{\text{SS}'\text{MN}} = \dfrac{1}{3}\dfrac{3 \times 3}{2} \times 6 = 9 \text{ cm}^3$.
— Soit en utilisant le rapport de réduction. Si la grande pyramide a un volume de 140,625, la petite a un volume de :
$140,625 \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = 140,625 \times \dfrac{8}{125} = 9 \text{ cm}^3$.
Dans tous les cas il reste un volume pour le parfum de : $140,625 - 9 = 131,625$ cm^3.

Exercice 19
Équations, triangles et quadrilatères

Soit c la mesure d'un côté de l'un des petites triangles équilatéraux.
Dans l'hexagone gris il y a trois côtés de longueur c et trois côtés de longueur $6 - 2c$.
On a donc :
$3 \times 3c = 3c + 3(6 - 2c)$ soit
$9c = 3c + 18 - 6c$ soit
$12c = 18$ soit en simplifiant par 6 :
$2c = 3$ et enfin
$c = \frac{3}{2} = 1,5$ cm.

Exercice 20
Triangles et quadrilatères, construction de figures

1. On construit [ME] tel que ME = 5,6 cm, puis la médiatrice de ce segment qui coupe le cercle de centre Met de rayon 4 aux deux points O et L.



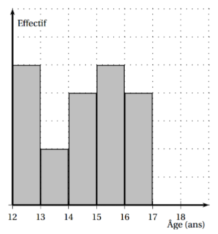
2. Un quadrilatère dont les côtés ont la même longueur est un losange.
3. Soit H le milieu des diagonales. Dans le triangle MHL rectangle en H (dans un losange les diagonales sont perpendiculaires), le théorème de Pythagore s'écrit :
$\text{ML}^2 = \text{MH}^2 + \text{HL}^2$ ou $\text{HL}^2 = \text{ML}^2 - \text{MH}^2 = 4^2 - 2,8^2 = 8,16$, d'où on tire
$\text{HL} = \sqrt{8,16} \approx 2,857$ cm ; donc $\text{OL} \approx 5,714 \neq 5,6$: les diagonales n'ont pas la même longueur ; le losange n'est pas un rectangle donc pas un carré. Marie a tort.

Exercice 21
Statistiques

1. Complète **sur cette feuille** le tableau suivant :

Âge des élèves	12	13	14	15	16	TOTAL
Nombre d'élèves	5	2	4	5	4	20
Fréquence en %	25	10	20	25	20	100

2. Complète le diagramme en barres des effectifs à l'aide du tableau précédent.



3. 20 %.
4. Il y a $5 + 2 + 4 = 11$ élèves ayant au plus 14 ans.
5. **a.** En prenant l'élève de 15 la moyenne d'âge va augmenter ; en prenant l'élève de 13 ans cette moyenne va baisser.
b. La nouvelle moyenne est égale à :
$\dfrac{5 \times 12 + 3 \times 13 + 4 \times 14 + 5 \times 15 + 4 \times 16}{5 + 3 + 4 + 5 + 4} = \dfrac{294}{21} = 14$ (ans).

Exercice 22
Algorithmique, équations

1. D'après le tableur $g(1) = -1$. (Effectivement : $g(1) = 5\times1+1-7 = 6-7 = -1$).
2. $g(-2) = 5\times(-2)^2 - 2 - 7 = 5\times4-9 = 20-9 = 11$.
3. =5*B1*B1+B1−7
4. **a.** D'après le tableur $g(0) = h(0) = -7$. Donc 0 est une solution de l'ésuztion.

   b. Soit l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$ ou $5x^2 - x = 0$ ou encore $x(5x-1) = 0$ d'où $x = 0$ ou $5x - 1 = 0$ et enfin $x = \frac{1}{5} = 0,2$. Il y a bien une autre solution.

Exercice 23
Arithmétique

1. Les nombres 555 et 240 ne sont pas premiers entre eux puisqu'ils un diviseur commun évident : 5.
2. $\frac{240}{555} = \frac{3\times5\times16}{5\times3\times37} = \frac{16}{37}$.

Exercice 24
Statistiques

1. L'athlète polonais a réussi un lancer de 21,51 m, celui des États-Unis 21,09 m et le biélorusse 21,05 m.
2. La longueur de lancer moyenne de cette finale a été :
   $\frac{20,06+20,53+21,09+19,67+20,98+20,42+21,51+21,04+20,41+20,63+21,05}{8} \approx 20,67$ m.
3. Yurly Bilonoh a réussi le 6[e] lancer soit 20,63 m.
4. 4 lanceurs ont franchi les 21 m, soit un pourcentage de $\frac{4}{11}\times100\frac{400}{11} \approx 36,36\,\%$

Exercice 25
Fonctions, algorithmique

1°) J'effectue les divisions euclidiennes suivantes :

$3003 = 20\times150+3$ et $3731 = 20\times186+11$

Dans chaque, il y aura 150 dragées au chocolat et 186 dragées aux amandes.

3+11 = 14

Il restera en tout 14 dragées.

2°) a) $3003 = 90\times33+33$ et $3731 = 90\times41+41$

3 003 et 3 731 ne sont pas divisibles par 90, il est impossible de faire des ballotins de composition identique sans qu'il ne reste de dragées.

b) Afin de constituer un maximum de ballotins et de répartir équitablement tous les dragées au chocolat et aux amandes, Emma et Arthur pourront constituer un maximum de 91 ballotins.

3 731 : 91 = 41 et 3 003 : 91 = 33

Chaque ballotin sera constitué de 33 dragées au chocolat et 41 dragées aux amandes.

Exercice 26
Probabilités

1. IL y a une case numérotée 8 sur 13 case; la probabilité est donc égale à $\frac{1}{13}$.
2. Il y a 6 cases numérotées par un nombre impair; la probabilité est donc égale à $\frac{6}{13}$.
3. Les premiers nombres premiers sont : 2; 3; 5; 7 et 11; il y en a donc 5; la probabilité est donc égale à $\frac{5}{13}$.
4. À chaque lancer la probabilité que la boule s'arrête sur une case est la même, égale à $\frac{1}{13}$. La probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 est égale à la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 7.

Exercice 27
Transformations de figures

1. On passe du motif 1 au motif 2 par une translation.
2. On compte à l'intérieur du motif 4 carreaux entiers et 8 demi-carreaux, donc : aire(pied-de-coq) $= 4+8\times0,5 = 4+4 = 8$ (cm^2).
3. Si les longueurs sont divisées par 2, les aires sont divisées par $2\times2 = 4$. Marie a tort.

Exercice 28
Fonctions

1. On lit à peu près 52 battements par minute au départ de la course.
2. La fréquence la plus haute est voisine de 160 battements par minute.
3. La durée de la course est :
   9 h 86 - 9 h 33 = 53 min.
4. On a $v = \frac{d}{t} = \frac{11}{53}$ km/min soit $\frac{11\times60}{53} \approx 12,45$ soit environ 12,5 km/h au dixième près.
5. On a $190\times\frac{70}{100} = 133$ et $190\times\frac{85}{100} = 161,5$.
   Il faut donc estimer le temps pendant lequel la fréquence a été comprise entre 133 et 161,5 battements par minute, soit en fait supérieure à 133.
   On lit approximativement que cette fréquence a dépassé 133 de la 8[e] à la 42[e] minute, soit pendant 34 minutes.

Exercice 29
Construction de figure et géométrie

1. • On trace le demi-cercle de diamètre [AB] ;
   • Le cercle de centre A et de rayon 3,5 coupe le demi-cercle précédent en H ;
   • La perpendiculaire à [AB] en A coupe la droite (BH) en C.
2. Dans le triangle ABH rectangle en H : $\widehat{\text{BAH}} = 90 - \widehat{\text{ABC}} = 90 - 30 = 60°$.
   Donc $\text{AH} = \text{AB} \times \cos 60 = 7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$ (cm).
3. Les triangles ABC et HAC sont rectangles, ont en commun l'angle en C de mesure 60°, donc leurs troisièmes angles ont pour mesure 30° : ils sont donc semblables
4. En comparant les côtés adjacents aux angles de mesure 30°, on a un coefficient de réduction de :
   $\frac{\text{AH}}{\text{AB}} = \frac{3,5}{7} = \frac{1}{2} = 0,5$.
   Les dimensions de HAC sont deux fois plus petites que celles du triangle ABC.

Exercice 30
Probabilités

Partie 1
Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5, 6.
2. La probabilité d'obtenir le 2 (comme les autres nombres) est $\frac{1}{6}$.
3. Il y a 3 nombres impairs (ou pairs). la probabilité est donc égale à $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Partie 2
Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des nombres correspondants aux issues de chaque dé.

1. La plus grande somme possible étant 12, l'évènement est impossible de probabilité nulle.
2. a. Voir à la fin
   b. Les scores possibles sont : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, soit 11 scores différents possibles
3. a. Il y a $6 \times 6 = 36$ issues possibles.
   On a $10 = 4+6 = 5+5 = 6+4$: 3 issues, donc $p(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
   b. On a $p(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.
   c. Il y a 15 scores premiers et 15 scores supérieurs à 7.

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Exercice 31
Algorithmique, équations

1. a. On obtient successivement : $1 \rightarrow 1+1 = 2 \rightarrow 3 \times 2 = 6 \rightarrow 6-3 = 3$.
   b. On obtient successivement : $2 \rightarrow 2+3 = 5 \rightarrow 2-5 = -3 \rightarrow 5 \times -3 = -15$.
2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C? On obtient successivement : $x \rightarrow x \times 7 \rightarrow 7x+3 \rightarrow 7x+3-x = 6x+3$.
3. On vient de voir que le programme C donne $6x+3 \neq 3x$;
   Le programme A donne à partir de x : $x \rightarrow 1+x \rightarrow 3(1+x) = 3+3x \rightarrow 3+3x-3 = 3x$: on obtient bien le triple.
   Le programme B donne à partir de x : $x \rightarrow x+3 \rightarrow x-5 \rightarrow (x+3)(x-5) = x^2-5x+3x-15 = x^2-2x-15 \neq 3x$.
   L'élève a raison.
4. a. U produit de deux facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, donc :
   $(x+3)(x-5) = 0$ si $\left\{\begin{array}{lll} x+3 & = & 0 \\ x-5 & = & 0 \end{array}\right.$ ou encore $\left\{\begin{array}{lll} x & = & -3 \\ x & = & 5 \end{array}\right.$
   L'ensemble des solutions est $S = \{-3\,;\,5\}$.
   b. On a vu que le programme B donne à partir de x le produit $(x+3)(x-5)$ ry on a vu dans la question précédente que -3 et 5 annulaient ce produit.
   Donc le programme B donne à partir de -3 et à partir de 5 le nombre 0.
5. Il faut trouver x tel que $6x+3 = 3x$ soit en ajoutant à chaque membre $-3x$: $3x+3 = 0$ ou $3x = -3$, soit $3 \times x = 3 \times (-1)$ et finalement $x = -1$
   Le nombre -1 donne par A ou C le même résultat -3.

Exercice 32
Thalès

1. On a CE = 393 − 251 = 142 (m).
2. **a.** Les droites (DB) et (EC) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC) sont parallèles.

   b. A, D, E sont alignés dans cet ordre,
   A, B et C sont alignés dans cet ordre,
   et les droites (DB) et (EC) sont parallèles : on est donc une situation où l'on peut appliquer le théorème de Thalès, soit :
   $\dfrac{BD}{EC} = \dfrac{AD}{AE}$,
   soit $\dfrac{11,25}{142} = \dfrac{51,25}{AE}$;
   on en déduit $11,25AE = 142 \times 51,25$ puis $AE = \dfrac{142 \times 51,25}{11,25} \approx 646,8$.
   Donc $DE = AE - AD \approx 646,8 - 51,25 \approx 595,6$ soit 596 (m) au mètre près.
3. Aurélie parcourt donc 8 000 m en 60 minutes ou 800 m en 6 min ou 400 m en 3 minutes.
   Elle mettra donc pour parcourir 596 (m) un temps t tel que $\dfrac{3}{400} = \dfrac{t}{596}$, soit en multipliant chaque membre par 596 :
   $t = \dfrac{3 \times 596}{400} = 4,47$ (min), donc $t \approx 4$ (m) : elle arrivera donc à 9 h 59 min à la minute près.
4. On a par définition dans le triangle rectangle ABD : $\sin\widehat{CAE} = \dfrac{BD}{AD} = \dfrac{11,25}{51,25}$. La calculatrice donne $\widehat{CAE} \approx 12,68°$.
   Dabs le triangle ABC on a $\tan\widehat{CAE} = \dfrac{CE}{AC}$ d'où $AC = \dfrac{CE}{\tan\widehat{CAE}} \approx \dfrac{142}{0,225} \approx 631,1$ (m).
   Finalement la pente est $\approx \dfrac{142}{631,1} \approx 0,225$, donc $\dfrac{22,5}{100} = 22,5\%$.

Exercice 33
Fonctions

1.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €	219 €	365 €
Formule B	127 €	201 €	275 €
Formule C	448,50 €	448,50 €	448,50 €

2. $f(x) = 90 + 18,5x$ $\quad g(x) = 448,5$ $\quad h(x) = 36,5x$

   a. Seule la fonction h représente une situation de proportionnalité.

   b. Formule A : fonction h;
   Formule B : fonction f;
   Formule C : fonction g.

   c. Il faut donc résoudre l'équation : $h(x) = f(x)$, soit $36,5x = 90 + 18,5x$ d'où en ajoutant $-18,5x$ à chaque membre : $18x = 90$ ou $2 \times 9x = 9 \times 2 \times 5$ et en simplifiant par 2×9 ; $x = 5$.
   On a effectivement : $h(5) = 182,5$ et $f(5) = 90 + 18,5 \times 5 = 90 + 92,5 = 182,5$.
   On paiera avec les formules A et B, 182,50 €.
3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.
   Sans justifier et à l'aide du graphique :

   a. – (d_1) correspond à la fonction constante g définie par $g(x) = 448,5$;
   – (d_2) correspond à la fonction linéaire h définie par $h(x) = 36,5x$;
   – (d_3) correspond à la fonction f définie par $f(x) = 90 + 18,5x$.

   b. Marin ne peut bien sûr pas se payer le forfait à 448,50 €.
   Avec la formule A l'équation $36,5x = 320$ a pour solution $x = \dfrac{320}{36,5} \approx 8,8$: il peut donc skier 8 jours.
   Avec la formule B l'équation $90 + 18,5x = 320$ peut s'écrire $18,5x = 230$ qui a pour solution $x = \dfrac{230}{18,5} \approx 12,4$, soit 12 journées de ski, soit le nombre maximal de journées de ski qu'il peut se payer (il paiera en fait $90 + 18,5 \times 12 = 312$ €).

   c. La formule A est la plus onéreuse. Il faut donc comparer les formules B et C. Or :
   $448,5 < 90 + 18,5x$ peut s'écrire $358,5 < 18,5x$ ou encore $\dfrac{358,5}{18,5} < x$.
   Or $\dfrac{358,5}{18,5} \approx 19,4$, donc le plus petit entier naturel qui vérifie l'inéquation est 20.
   Le forfait est intéressant à partir de 20 journées de ski dans l'année.
   Remarque : on pouvait aussi résoudre les deux dernières questions graphiquement.

Exercice 34
Statistiques

1. Chloé a parcouru 1 km en 6 minutes soit 10×1 km en 10×6 min ou encore 10 km en 1 h.
   Sa vitesse est le quotient de la distance parcourue par le temps mis. Donc :
   $v_{\text{Chloé}} = \text{VMA} = \dfrac{10}{1} = 10$ (km/h)
2. a. L'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est $13,5 - 9 = 4,5$.
   L'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est $15 - 11 = 4$. Donc **Affirmation 1** exacte.
   b. 5 filles et 2 garçons ont une vitesse inférieure à 11,5 (km/h) et 1 fille une vitesse égale à 11,5 (km/h), donc 8 élèves sur 24 ont une vitesse inférieure ou égale à 11,5 (km/h).
   Or $\dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3} \approx 0,333$ ou encore 33,3 %. Donc **Affirmation 2** vraie.
   c. Lisa a une vitesse de 12,5 (km/h). Or Claire, Inès, Lou, Alexandra, Thomas, José, Jules, Youssef, Ilan, Abdel, Nicolas et Léo soit 12 élèves ont une vitesse supérieure. Lisa avec sa 13^{e} vitesse ne sera pas sélectionnée : **Affirmation 3** fausse.

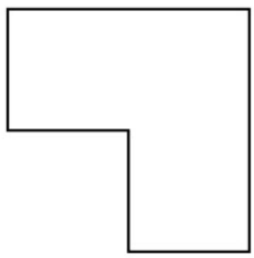
Exercice 35
Solides

Première partie

Dans la troisième couche verticale la plus profonde il manque 3 cubes.
Dans la deuxième couche verticale il manque 6 cubes.
Dans la première couche verticale il manque 9 cubes. Il manque donc en tout $3 + 6 + 9 = 18$ cubes.

Deuxième partie

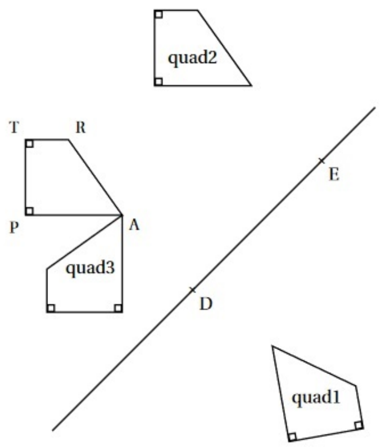
1.



2. a. Il y aura en tout $3 + 4 + 4 + 4 + + 4 + 4 + 4 = 27$ cubes unités.
   Comme chaque cube a un volume de $1^3 = 1$ (dm^3), le volume du grand cube est $27 \times 1 = 27$ (dm^3).
   b. On remarque que $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$.
   On sait que le volume d'un cube d'arête a est $V = a^3$, donc l'arête du grand cube est 3 dm.

Exercice 36
Solides, équations

1. Sur la figure ci-dessous, chacun des quadrilatères quad1, quad2 et quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par une transformation.



   a. Le quadrilatère quad1 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 6
   b. Le quadrilatère quad2 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 1
   c. Le quadrilatère quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 2
2. $(2x-3)(-5+2x) - 4 + 6x = -10x + 4x^2 + 15 - 6x - 4 + 6x = 4x^2 - 10x + 11$.
3. Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, donc :
   $(x-6)(5x-2) = 0$ si $x - 6 = 0$ ou $5x - 2 = 0$ soit :
   $x = 6$ ou $5x = 2$ et enfin $x = 6$ ou $x = \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{10} = 0,4$.
   $S = \{0,4\ ;\ 6\}$.
4. a. • $1386 = 9 \times 154 = 9 \times 14 \times 11 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$;
   • $1716 = 6 \times 286 = 6 \times 2 \times 143 = 6 \times 2 \times 13 \times 11 = 2^2 \times 3 \times 11 \times 13$.
   b. $\dfrac{1386}{1716} = \dfrac{2 \times 3^2 \times 7 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11 \times 13} = \dfrac{3 \times 7}{2 \times 13} = \dfrac{21}{26}$.

Exercice 37
Probabilités

1. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\dfrac{50}{350+50} = \dfrac{50}{400} = \dfrac{50 \times 1}{50 \times 8} = \dfrac{1}{8}$.
2. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte A est égale à $\dfrac{1}{10} = 0,1$;
   la probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte B est égale à $\dfrac{15}{100} = 0,15$ et
   La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\dfrac{1}{8} = 0,125$.
   Comme $0,1 < 0,125 < 0,15$, Maxime a intérêt à choisir la boîte B.
3. On a pour n jetons en tout : $0,15 = \dfrac{15}{n}$ soit $0,15n = 18$ ou $n = \dfrac{18}{0,15} = 120$.
   Il y a 120 jetons dans la boîte B dont 18 noirs.
4. Si on ajoute b jetons blancs dans la boîte C, on a donc :
   $\dfrac{50+10}{350+50+10+b} = \dfrac{1}{8}$ ou $\dfrac{60}{410+b} = \dfrac{1}{8}$, d'où on déduit : $8 \times 60 = 410 + b$ ou $480 = 410 + b$ et
   $b = 480 - 410 = 70$. Il faut ajouter 70 jetons blancs.

Exercice 38
Thalès, Pythagore, trigonométrie

1. On a $AC^2 + CB^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$ et $AB^2 = 17^2 = 289$.
   Donc $64 + 225 = 289$ ou encore $AC^2 + CB^2 = AB^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.
2. En prenant comme base [AC] et comme hauteur [BC], on a : $\mathscr{A}(ACB) = \dfrac{8 \times 15}{2} = 4 \times 15 = 60\ (cm^2)$.
3. En utilisant par exemple la tangente, on a $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{15}{8} = 1,875$.
   La calculatrice donne $\tan^{-1}(1,875) \approx 61,92$, soit 62° au degré près.
   $\widehat{BAC} \approx 62°$.
4. Puisque $\widehat{ACB}) = 90°$, alors l'angle opposé $\widehat{ECD} = 90°$: le triangle DCE est donc rectangle en C.
   D'après le théorème de Pythagore :
   $DC^2 + CE^2 = DE^2$, soit $DC^2 = DE^2 - CE^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$.
   On a donc DC = 5 (cm).
   Le périmètre du triangle CDE est donc égal à :
   $p = DC + CE + ED = 5 + 12 + 13 = 30$ (cm).
5. On a $\tan\widehat{CDE} = \dfrac{CE}{CD} = \dfrac{12}{5} = 2,4$.
   Donc $\tan\widehat{BAC} \neq \tan\widehat{DCE}$ et par conséquent $\widehat{BAC} \neq \widehat{DCE}$: les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DCE}$ ne sont pas alternes-internes, donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.

Exercice 39
Statistiques

1. La température moyenne à Tours en novembre 2019 fut de 8,2 °C.
2. $22,6 - 4,4 = 18,2$°C L'étendue de cette série est de 18,2°C (différence entre le mois le plus chaud et celui le plus froid).
3. Une formule possible est : « =MOYENNE(B2 :M2) ». Une autre formule (moins efficace) possible est : « =(B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2+J2+K2+L2+M2)/12 ». On peut enfin utiliser la fonction SOMME.

4. Avec l'hypothèse que les mois comportent tous le même nombre de jours, on peut calculer une valeur (approchée) de la température moyenne annuelle en 2019 :
   $\dfrac{4,4+7,8+9,6+11,2+13,4+19,4+22,6+20,5+17,9+14,4+8,2+7,8}{12} = \dfrac{157,2}{12} = 13,1$.
   La température moyenne annuelle à Tours en 2019 était de 13,1 °C.
5. $\dfrac{13,1-11,9}{11,9} = \dfrac{1,2}{11,9} \approx 0,10 = 10\%$
   Le pourcentage d'augmentation de la température entre 2009 et 2019 fut d'environ 10 %, à 1 % près.

   Autre procédure élève : Appliquer une augmentation de 10 % revient à multiplier par $\left(1+\dfrac{10}{100}\right) = 1 + 0,1$ soit 1,1.
   Or, $11,9 \times 1,1 \approx 13$ (°C).

Exercice 40
Probabilités, solides

1. Il y a $7 + 4 + 3 + 2 = 16$ jetons au total.
   La probabilité $\dfrac{7}{16}$ est celle de l'évènement « **Obtenir un jeton vert** ». **Réponse C.**
2. B =« tirer un jeton bleu ». On a $p(B) = \dfrac{3}{16}$.
   La probabilité de ne pas tirer un jeton bleu est : $P\left(\overline{B}\right) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{3}{16} = \dfrac{13}{16}$. **Réponse A.**
3. L'image du motif 20 par la symétrie d'axe (d) est le **motif 17. Réponse A.**
4. Le motif 3 est l'image du motif 1 par la rotation **de centre O, d'angle 72°** dans le sens horaire. **Réponse B.**
5. L'aire du motif 11 est égale à **4 fois** l'aire du motif 1 car le rapport de l'homothétie est $k = 2$ (et $k^2 = 4$). **Réponse B.**